Correction de l'ex. n° 3 : Enquête sur un homicide

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

I. Étude du carbone 14

1. ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$

Lors d'une transformation nucléaire, il y a conservation :
- du nombre total de nucléons $\Rightarrow$ $14 + 1 = 14 + A$ $\Rightarrow$ $A = 1$
- de la charge électrique totale $\Rightarrow$ $7 + 0 = 6 + Z$ $\Rightarrow$ $Z = 1$

$\Rightarrow$ la particule émise est un proton ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$

2. ${}^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

3. La demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée.

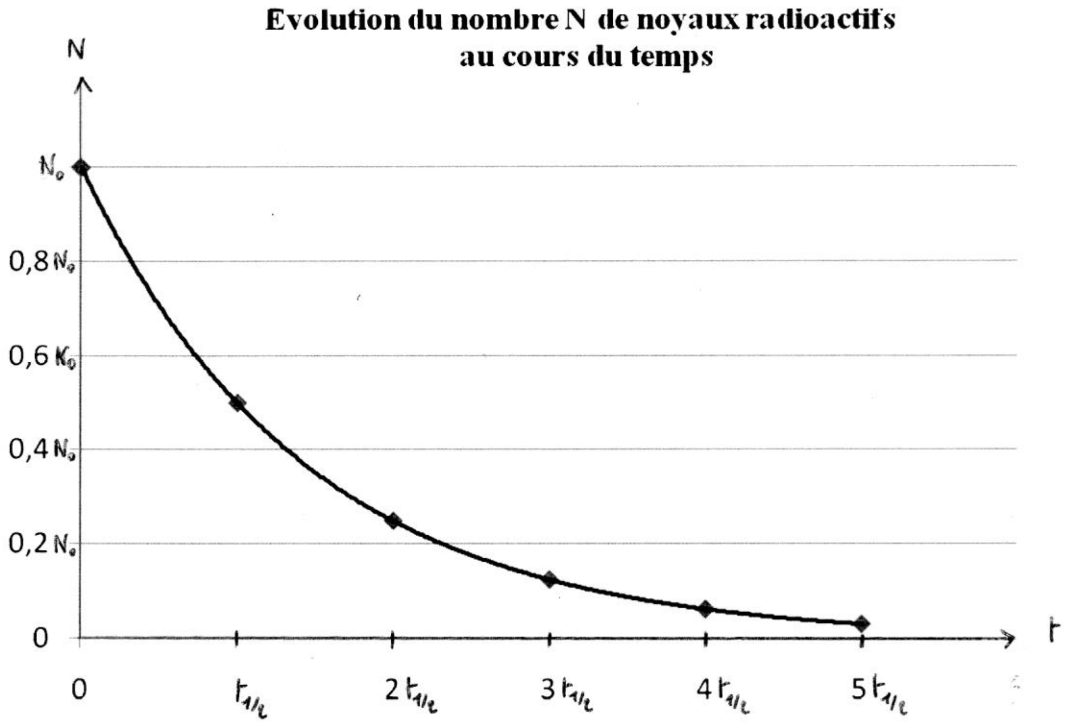
$N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$

4. a) $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$; $N(4\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{16}$

$N(2\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{4}$; $N(5\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{32}$

$N(3\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{8}$

b)



5. a) $\left.\begin{array}{l} N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2} \\ N = N_0\, e^{-\lambda t} \end{array}\right\} \Rightarrow N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$

$$\Rightarrow \quad e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(e^{-\lambda t_{1/2}}\right) = \ln \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad -\lambda\, t_{1/2} = -\ln 2$$

$$\Rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

b) $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5570} = 1{,}24\times10^{-4}\ \text{an}^{-1}$$

ou $\quad \lambda = \dfrac{\ln 2}{5570\times 365{,}25\times 24\times 3600} = 3{,}94\times10^{-12}\ \text{s}^{-1}$

<u>II. Application à la datation</u>

1. a) $\left.\begin{array}{l} A = -\dfrac{dN}{dt} \\ A = \lambda N \end{array}\right\} \Rightarrow -\dfrac{dN}{dt} = \lambda N \Rightarrow \dfrac{dN}{dt} + \lambda N = 0 \qquad (1)$

b) si $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$, $\dfrac{dN}{dt} + \lambda N = -\lambda N_0.e^{-\lambda t} + \lambda N_0.e^{-\lambda t} = 0$

$\Rightarrow$ $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ est solution de (1)

2. a) $N = N_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \dfrac{N}{N_0} \Rightarrow \ln(e^{-\lambda t}) = \ln \dfrac{N}{N_0}$

$$\Rightarrow -\lambda t = \ln \frac{N}{N_0}$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0}$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{1{,}24\times 10^{-4}} \ln(1{,}64\times10^{-2}) = 33100 \text{ ans}$$

b) L'agence de presse indique que *"ces deux d'espèces d'hominidés ont cohabité en Europe entre – 60000 ans et – 30000 ans"* $\Rightarrow$ le résultat est en accord avec les données fournies par l'agence de presse

c) Pour Sapiand, $t' = -\dfrac{1}{1{,}24\times 10^{-4}} \ln(1{,}87\times10^{-2}) = 32100$ ans

Ils ont donc vécu à 1000 ans d'écart.

$\Rightarrow$ Sapiand n'a pas pu massacrer Ander

3. a) Pour 200 g d'os, il y a 15 désintégrations par minute

Cela correspond à $\dfrac{15}{60} = 0{,}25$ désintégration par seconde

$\Rightarrow$ $A = 0{,}25$ Bq

b) $A = \lambda N \Rightarrow N = \dfrac{A}{\lambda} = \dfrac{0{,}25}{3{,}94\times 10^{-12}} = 6{,}3\times10^{10}$ noyaux

c) Dans les 200 g, il y a 1 g de carbone (très majoritairement du carbone 12).

$n(^{12}C) \simeq \dfrac{m}{M(C)} = \dfrac{1}{12{,}0} = 0{,}083$ mol

$N(^{12}C) = n(^{12}C) \times N_A = 0{,}083\times6{,}02\times10^{23} = 5{,}0\times10^{22}$ noyaux

$$\Rightarrow \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)} = \frac{6{,}3\times 10^{10}}{5{,}0\times 10^{22}} = 1{,}3\times10^{-12}$$