Correction de l'ex. n° 26 : Le cercle des planètes disparues

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie
© *http://b.louchart.free.fr*

1. Orbite d'Éris

1.1. Pour toutes les planètes du système solaire, le quotient du carré de la période de révolution par le cube du demi grand axe de l'orbite elliptique est le même.

1.2. D'après la 3ème loi de Kepler, on a : $\dfrac{T^2_{Pluton}}{a^3_{Pluton}} = \dfrac{T^2_{Éris}}{a^3_{Éris}}$

$\Rightarrow \; a^3_{Éris} = a^3_{Pluton} \times \dfrac{T^2_{Éris}}{T^2_{Pluton}}$

Or $T_{Éris}$ = 557 années terrestres et T_{Pluton} = 248 années terrestres $\Rightarrow$ $T_{Éris} > T_{Pluton}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{T^2_{Éris}}{T^2_{Pluton}} > 1$

On en déduit que $a^3_{Éris} > a^3_{Pluton}$, donc que $a_{Éris} > a_{Pluton}$

L'orbite d'Éris se situe donc au-delà de celle de Pluton.

2. Découverte de Dysnomia

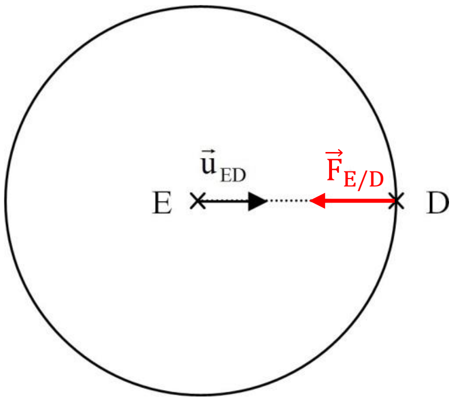
2.1. Mouvement de Dysnomia

2.1.1. Le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia autour d'Eris est le référentiel "érisocentrique".
Ce référentiel est associé à un repère d'espace d'origine le centre d'Eris, et dont les axes sont dirigés vers 3 étoiles lointaines considérées fixes.

2.1.2.

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{F}_{E/D}$ force gravitationnelle exercée par Eris sur Dysnomia :
  $\vec{F}_{E/D} = -\dfrac{GM_EM_D}{R^2_D}\,\vec{u}_{ED}$

  On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres.



- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = M_D \vec{a}_D$

  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et que la masse du système est constante.

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{E/D} = M_D\,\vec{a}_D \quad \Rightarrow \quad M_D\,\vec{a}_D = -\frac{GM_E M_D}{R_D^2}\,\vec{u}_{ED}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}_D = -\frac{GM_E}{R_D^2}\,\vec{u}_{ED}$$

2.1.3. D'après l'expression précédente, la direction de $\vec{a}$ est celle de la droite (ED) et son sens est de D vers E.

2.1.4.

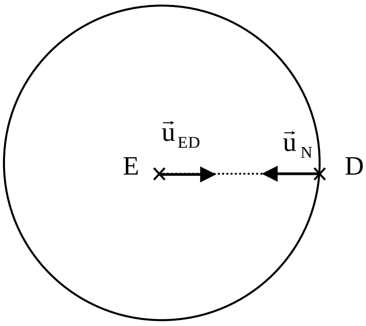
- Dysnomia parcourt, à vitesse constante, la distance $d = 2\pi R_D$ pendant une durée $\Delta t = T_D$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{2\pi R_D}{T_D}$$

$$\Rightarrow \quad T_D = \frac{2\pi R_D}{v}$$

- Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme de rayon R_D ,

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R_D}\,\vec{u}_N$$



Or on a montré à la question 2.1.2. que : $\vec{a} = -\frac{GM_E}{R_D^2}\,\vec{u}_{ED}$

$$\Rightarrow \quad -\frac{GM_E}{R_D^2}\,\vec{u}_{ED} = \frac{v^2}{R_D}\,\vec{u}_N$$

Ces 2 vecteurs sont égaux, donc leurs normes sont égales : $\frac{GM_E}{R_D^2} = \frac{v^2}{R_D}$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{GM_E}{R_D}$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_E}{R_D}}$$

- Finalement, $T_D = \frac{2\pi R_D}{v} = \frac{2\pi R_D}{\sqrt{\frac{GM_E}{R_D}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}}$

$$T_D = 2\pi\sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}} \quad \Rightarrow \quad T_D^2 = \frac{4\pi^2 R_D^3}{GM_E} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_D^2}{R_D^3} = \frac{4\pi^2}{GM_E}$$

$$\frac{T_D^2}{R_D^3} \text{ a la même valeur } \left(\frac{4\pi^2}{GM_E}\right) \text{ pour tous les satellites d'Éris}$$

On retrouve la 3ème loi de Kepler (appliquée à Éris).

2.2. Masse d'Éris

2.2.1. $T_D = 2\pi\sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}} \Rightarrow T_D^2 = \frac{4\pi^2 R_D^3}{GM_E}$

$$\Rightarrow M_E = \frac{4\pi^2 R_D^3}{GT_D^2} = \frac{4\pi^2 \times (3{,}60 \times 10^7)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}30 \times 10^6)^2} = 1{,}63 \times 10^{22} \text{ kg}$$

2.2.2. $\frac{M_E}{M_P} = \frac{1{,}63 \times 10^{22}}{1{,}31 \times 10^{22}} = 1{,}25 \Rightarrow M_E = 1{,}25 \times M_P$

Donc si Éris n'est pas considérée comme une planète, Pluton, qui a une masse un peu plus faible, ne peut plus l'être non plus.