Datation des séismes en Californie
(Bac - Nouvelle-Calédonie - novembre 2005)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Radioactivité naturelle du carbone

1.1. noyau ${}^{12}_{6}C$: 6 protons
12 – 6 = 6 neutrons

noyau ${}^{14}_{6}C$: 6 protons
14 – 6 = 8 neutrons

1.2. 2 noyaux sont isotopes s'ils ont le même nombre de protons, mais des nombres différents de neutrons.

1.3. ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

Lors d'une transformation nucléaire, il y a conservation :
- du nombre total de nucléons $\Rightarrow$ $14 = A + 0$ $\Rightarrow$ $A = 14$
- de la charge électrique totale $\Rightarrow$ $6 = Z - 1$ $\Rightarrow$ $Z = 7$

$\Rightarrow$ le noyau ${}^{A}_{Z}X$ formé est un noyau d'azote 14 :

${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

1.4. $E_\ell = \Delta m.c^2$, où E_ℓ est l'énergie de liaison du noyau
Δm est le défaut de masse

$\Rightarrow$ $E_\ell({}^{14}_{6}C) = [(Z.m_p + (A-Z).m_n) - m({}^{14}_{6}C)] \times c^2$

$\Rightarrow$ $E_\ell({}^{14}_{6}C) = [(6\times1{,}672621\times10^{-27} + (14-6)\times1{,}674927\times10^{-27}) - 2{,}32584\times10^{-26}] \times (2{,}998\times10^8)^2$

$\Rightarrow$ $E_\ell({}^{14}_{6}C) = 1{,}589\times10^{-11}$ J

1.5. $$\frac{E_\ell}{A}({}^{14}_{6}C) = \frac{E_\ell({}^{14}_{6}C)}{A} = \frac{1{,}589\times10^{-11}}{14} = 1{,}135\times10^{-12}\ \text{J}$$

1.6. On considère la désintégration d'un noyau de carbone 14 :

$${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$$

variation de masse du système :

$$\Delta m = m({}^{14}_{7}N) + m({}^{0}_{-1}e) - m({}^{14}_{6}C)$$
$$= 2{,}32527\times10^{-26} + 9{,}109381\times10^{-31} - 2{,}32584\times10^{-26}$$
$$= -4{,}8\times10^{-30}\ \text{kg}$$

variation d'énergie du système :

$$\Delta E = \Delta m \times c^2$$
$$= -4{,}8\times10^{-30} \times (2{,}998\times10^{8})^2$$
$$= -4{,}3\times10^{-13}\ \text{J}$$

Donc l'énergie libérée est : $E_{\text{libérée}} = 4{,}3\times10^{-13}$ J

2. Datation par le carbone 14

2.1. $N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$

2.2.1. La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se sont désintégrés.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

2.2.2.

$$\left.\begin{array}{l} N(t) = N_0.e^{-\lambda t} \\ N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow N_0.e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \ln(e^{-\lambda t_{1/2}}) = \ln\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\lambda.t_{1/2} = -\ln 2$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

2.2.3. $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} = \dfrac{\ln 2}{5{,}70\times10^{3}} = 1{,}22\times10^{-4}\ \text{an}^{-1}$

2.3.1. L'activité correspond au nombre de désintégrations par seconde.
Elle s'exprime en Becquerel (Bq).

2.3.2.

$$\left.\begin{array}{l} A(t) = \lambda.N(t) \\ A_0 = \lambda.N_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{A(t)}{A_0} = \frac{N(t)}{N_0}$$

Or $N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$

Finalement, $\dfrac{A(t)}{A_0} = \dfrac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

3. La faille de San Andreas

3.1. D'après le résultat de la question 2.2.3. , $\dfrac{A(t_3)}{A_0} = e^{-\lambda t_3}$

$\Rightarrow \; -\lambda.t_3 = \ln \dfrac{A(t_3)}{A_0}$

$\Rightarrow \; t_3 = -\dfrac{1}{\lambda} \ln \dfrac{A(t_3)}{A_0} = -\dfrac{1}{1{,}22\times10^{-4}} \ln \dfrac{0{,}223}{0{,}255} = 1{,}10\times10^{3}$ ans

3.2. Le séisme a donc eu lieu vers l'an 890 *(1989 – 1,10×10*^{3}*)*.
Il n'est pas possible d'indiquer l'année précise car le résultat précédent ne comporte que 3 chiffres significatifs.

3.3. Plus l'activité est faible, plus l'échantillon est ancien.
$A_2 < A_1$ et 586 < 1247 $\Rightarrow$ l'échantillon n°2 correspond à l'année 586 et le n°1, à l'année 1247.