

Ex. n° 14 : Golf lunaire
(d'après Bac S - Afrique - 2017)

En février 1971, la mission américaine Apollo XIV devient la huitième mission habitée du programme Apollo et la troisième à se poser sur la Lune. Lors de cette mission, un des astronautes, Alan B. Shepard Jr, réalise un rêve : jouer au golf sur la Lune !

Interview de l'astronaute Alan B. Shepard Jr :

« - Dix ans après votre premier vol, vous êtes allé sur la Lune (Apollo XIV, en 1971), où vous vous êtes livré à un exercice assez original...

- Oui, j'ai joué au golf sur la Lune ! J'ai failli rater la première balle parce que j'étais gêné par ma combinaison spatiale et elle a lamentablement échoué dans un cratère tout proche. La seconde, grâce à la faible gravité, est partie à des kilomètres et des kilomètres, sans bruit, semblant ne jamais vouloir se poser. »

D'après l'interview de F. Nolde-Langlois - 29/06/1995 - Libération

On souhaite vérifier quelques-uns des propos formulés par l'astronaute lors de l'interview.

Données :

- Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Valeur du champ de pesanteur terrestre : $g_T = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$
- La Terre et la Lune sont supposées sphériques.

	Masse	Rayon
Terre	$M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$	$R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$
Lune	$M_L = 7,33 \times 10^{22} \text{ kg}$	$R_L = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$

1. Interaction gravitationnelle lunaire

- 1.1.** Faire un schéma d'un objet de masse m à l'altitude h au voisinage de la Lune, en représentant :
 - le vecteur unitaire \vec{u} orienté de l'objet vers le centre de la Lune ;
 - le vecteur \vec{F} modélisant la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Lune sur l'objet.
- 1.2.** Donner l'expression vectorielle de cette force d'interaction gravitationnelle en fonction de G , m , M_L , h , R_L et \vec{u} .

2. Champ de pesanteur lunaire

- 2.1. En faisant l'hypothèse que le poids sur la Lune est égal à la force d'interaction gravitationnelle, donner l'expression vectorielle \vec{g}_L du champ de pesanteur à une altitude h en fonction de G , M_L , h , R_L et \vec{u} .
- 2.2. Calculer la valeur du champ de pesanteur g_L à la surface de la Lune.
- 2.3. Expliquer pourquoi Alan B. Shepard Jr parle alors de « faible gravité » sur la Lune.

3. Mouvement d'une balle de golf dans le champ de pesanteur lunaire

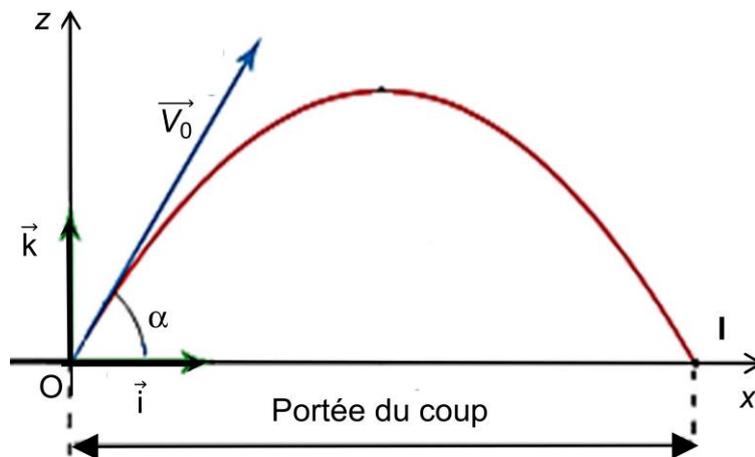
Dans cette partie, on fait l'hypothèse que le champ de pesanteur lunaire est uniforme et que sa valeur est $g_L = 1,61 \text{ N.kg}^{-1}$.

On se place dans un référentiel lunaire supposé galiléen.

À la date $t = 0 \text{ s}$, l'astronaute frappe la balle de golf et lui communique une vitesse \vec{V}_0 faisant un angle α avec l'horizontale.

La balle de golf est modélisée par un point matériel M .

L'origine du repère (O, \vec{i}, \vec{k}) est prise au point de départ de la balle.



- 3.1. Une première modélisation du mouvement conduit à l'expression suivante des coordonnées du vecteur position \overrightarrow{OM} de la balle lors de son mouvement :

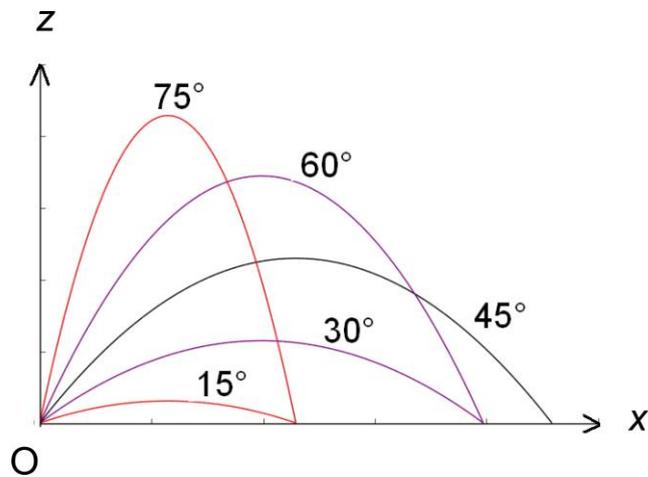
$$\begin{cases} x(t) = (V_0 \cos \alpha).t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g_L t^2 + (V_0 \sin \alpha).t \end{cases}$$

À partir des coordonnées du vecteur position \overrightarrow{OM} de la balle de golf, montrer que dans le modèle utilisé, seule la force d'interaction gravitationnelle a été prise en compte. Détailler la démarche suivie.

3.2. Portée du coup

La portée du coup est la distance entre le point de lancement O et le point d'impact I au sol.

Pour une même valeur de la vitesse V_0 , on donne la représentation de la modélisation de la trajectoire de la balle pour différentes valeurs de l'angle α .



- a) La portée du coup est donnée par la relation :
$$z_t = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_L}$$

En quoi cette expression est-elle cohérente avec les représentations des trajectoires sur le graphique ci-dessus ?

- b) Alan B. Shepard Jr se place dans les conditions les plus favorables afin d'atteindre un record sur la Lune. Il communique à la balle une vitesse initiale V_0 de 100 km.h^{-1} . La valeur de la portée de son coup est alors de 470 m.
À quelle distance aurait-il pu envoyer la balle sur Terre, avec les mêmes conditions initiales ? Commenter.