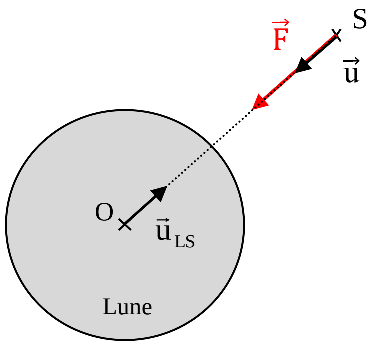
Correction de l'ex. n° 14 : Golf lunaire

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Interaction gravitationnelle lunaire

1.1.



$\vec{u} = -\vec{u}_{LS}$

1.2. La force gravitationnelle exercée par la Lune sur l'objet est :

$$\vec{F} = -\frac{GM_L m}{(R_L + h)^2}\,\vec{u}_{LS} = \frac{GM_L m}{(R_L + h)^2}\,\vec{u}$$

2. Champ de pesanteur lunaire

2.1. Supposons que le poids sur la Lune est égal à la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Lune.

On a alors : $\vec{P} = \vec{F}$

$$\Rightarrow\ m\vec{g}_L = \frac{GM_L m}{(R_L + h)^2}\,\vec{u}$$

$$\Rightarrow\ \vec{g}_L = \frac{GM_L}{(R_L + h)^2}\,\vec{u}$$

2.2. La valeur du champ de pesanteur à la surface de la Lune est donc : $g_L = \dfrac{GM_L}{(R_L + h)^2}$

À la surface de la Lune, h = 0, donc :

$$g_L\,(h = 0) = \frac{GM_L}{R_L{}^2} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\times7{,}33\times10^{22}}{(1{,}74\times10^{3}\times10^{3})^2} = 1{,}61\ \text{N.kg}^{-1}$$

2.3. À la surface de la Terre, $g_T = 9{,}81\ N.kg^{-1}$

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{9{,}81}{1{,}61} = 6{,}1 \quad \text{donc} \quad g_T = 6{,}1 \times g_L$$

g_L est environ 6 fois plus faible que g_T . Alan Shepard parle donc de faible gravité, en comparaison avec celle à la surface de la Terre.

3. Mouvement d'une balle de golf dans le champ de pesanteur lunaire

3.1. Déterminons, à l'aide de la 2ème de Newton, $\Sigma\ \vec{F}_{ext}$. Si on obtient $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \vec{P}$, cela signifiera que seul le poids (assimilé ici à la force d'interaction gravitationnelle) aura été pris en compte.

- Déterminons le vecteur vitesse, puis le vecteur accélération de la balle, modélisée par un point matériel M.

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{v} \left| \begin{array}{l} v_x = \dfrac{dx}{dt} = V_0 \cos(\alpha) \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = -\,g_L.t + V_0 \sin(\alpha) \end{array} \right.$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = -\,g_L \end{array} \right. \quad \text{, c'est-à-dire :} \quad \vec{a} = \vec{g}_L$$

- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$

  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et que la masse du système est constante.

On en déduit que : $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = m\ \vec{a} = m\ \vec{g}_L = \vec{P}$

Finalement, on vérifie que dans ce modèle, seul le poids (assimilé ici à la force d'interaction gravitationnelle) a été pris en compte.

3.2.

a) D'après la relation fournie, $x_\ell = \dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_L}$

- $x_\ell(15°) = \dfrac{V_0^2 \sin(30°)}{g_L}$ et $x_\ell(75°) = \dfrac{V_0^2 \sin(150°)}{g_L}$

Or $\sin(150°) = \sin(180° - 30°) = \sin 30°$.

Donc $x_\ell(75°) = x_\ell(15°)$: la portée pour un angle $\alpha = 75°$ est égale à celle pour un angle $\alpha = 15°$.

Cela correspond au graphique fourni.

- $x_\ell\,(30°) \;=\; \dfrac{V_0^2 \sin(60°)}{g_L}$ et $x_\ell\,(60°) \;=\; \dfrac{V_0^2 \sin(120°)}{g_L}$

  Or $\sin(120°) \;=\; \sin(180° - 60°) \;=\; \sin 60°$.

  Donc $x_\ell\,(60°) \;=\; x_\ell\,(30°)$: la portée pour un angle $\alpha = 75°$ est égale à celle pour un angle $\alpha = 15°$.

  Cela correspond au graphique fourni.

- $x_\ell \;=\; \dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_L}$

  Pour v_0 donné ($\neq 0$), x_ℓ est maximal si $\sin(2\alpha) = 1$, donc si $\alpha = 45°$
  Là encore, cela correspond au graphique fourni.

b) Notons $x_{\ell,\text{Lune}}$ la portée du coup sur la Lune et $x_{\ell,\text{Terre}}$ la portée sur la Terre.

$$\frac{x_{\ell,\text{Terre}}}{x_{\ell,\text{Lune}}} \;=\; \frac{\dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_T}}{\dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_L}} \;=\; \frac{g_L}{g_T}$$

On en déduit que :

$$x_{\ell,\text{Terre}} \;=\; \frac{g_L}{g_T} \times x_{\ell\ \text{Lune}} \;=\; \frac{9{,}81}{1{,}61} \times 470 \;=\; 77{,}1\ \text{m}$$

La portée sur la Lune est donc $\dfrac{470}{77{,}1} \;=\; 6{,}1$ fois plus faible sur la Terre que sur la Lune.