

Correction des questions 31 à 36
du sujet ENAC Pilote - 2019

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

© <http://b.louchart.free.fr>

31. D'après la loi des mailles, $u_R + u_c = E$

De plus, d'après la loi d'Ohm, $u_R = Ri \Rightarrow Ri + u_c = E$

Enfin, comme $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$, on obtient : $RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E$

c'est-à-dire : $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{RC} = \frac{E}{RC}$ ($\Rightarrow$ réponse A)

32.

- solution générale de l'équation homogène (sans second membre) :

$$u_{c,h} = \lambda e^{-\frac{t}{RC}}$$

- solution particulière de l'équation complète (avec second membre) :

Le second membre est une constante, donc on cherche une solution particulière constante $u_{c,p}$.

$$u_{c,p} \text{ est solution de l'équation différentielle } \Rightarrow \frac{du_{c,p}}{dt} + \frac{u_{c,p}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\text{Or } u_{c,p} \text{ est constante } \Rightarrow \frac{du_{c,p}}{dt} = 0$$

$$\text{On obtient donc : } 0 + \frac{u_{c,p}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\Rightarrow u_{c,p} = E$$

- La solution générale de l'équation complète (avec second membre) est donc :

$$u_c = u_{c,h} + u_{c,p}$$

$$\Rightarrow u_c = \lambda e^{-\frac{t}{RC}} + E$$

- Déterminons λ en utilisant une condition initiale.

$$\left. \begin{array}{l} u_c(t=0s) = \lambda e^{-\frac{0}{RC}} + E = \lambda + E \\ u_c(t=0s) = u_c(0) = \frac{q_0}{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda + E = \frac{q_0}{C} \Rightarrow \lambda = \frac{q_0}{C} - E$$

Finalement, $u_c = \left(\frac{q_0}{C} - E \right) e^{-\frac{t}{RC}} + E$

$\Rightarrow u_c = \frac{q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}} + E (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (\Rightarrow \text{réponse C})$

33. Quand t tend vers $+\infty$, $e^{-\frac{t}{RC}}$ tend vers 0, donc u_c tend E .
Donc en régime permanent, $u_c = E \quad (\Rightarrow \text{réponse D})$

34. 1^{ère} méthode :

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = C \left[\frac{q_0}{C} \times \left(-\frac{1}{RC} \right) e^{-\frac{t}{RC}} - E \left(-\frac{1}{RC} \right) e^{-\frac{t}{RC}} \right] = \left(\frac{E}{R} - \frac{q_0}{RC} \right) e^{-\frac{t}{RC}} \quad (\Rightarrow \text{réponse A})$$

2^{ème} méthode :

À la question 31, on a montré que : $Ri + u_c = E$

On en déduit que :

$$i = \frac{E - u_c}{R} = \frac{1}{R} \left(E - \frac{q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}} - E + E e^{-\frac{t}{RC}} \right) = \left(\frac{E}{R} - \frac{q_0}{RC} \right) e^{-\frac{t}{RC}}$$

35. L'énergie algébriquement reçue par le circuit RC de la part du générateur est égale à celle fournie par le générateur au circuit RC :

$$\mathcal{E}_e = \int_0^{+\infty} Ei \cdot dt = \int_{q_0}^{q_\infty} E dq = E \int_{q_0}^{q_\infty} dq = E (q_\infty - q_0) = E (C u_{c\infty} - q_0) = E (CE - q_0) = CE^2 - q_0 E$$

$(\Rightarrow \text{réponse A})$

36.

L'énergie reçue par le condensateur vaut quant à elle :

$$\mathcal{E}_c = E_{\text{cond}} (t \rightarrow +\infty) - E_{\text{cond}} (t = 0) = \frac{1}{2} C u_{c,\infty}^2 - \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} = \frac{CE^2}{2} - \frac{q_0^2}{2C} \quad (\Rightarrow \text{réponse A})$$

On en déduit l'énergie reçue par le conducteur ohmique :

$$\mathcal{E}_R = \mathcal{E}_e - \mathcal{E}_c = CE^2 - q_0 E - \frac{CE^2}{2} + \frac{q_0^2}{2C} = \frac{CE^2}{2} - q_0 E + \frac{q_0^2}{2C} \quad (\Rightarrow \text{réponse C})$$

Bilan :

31A – 32C – 33D – 34A – 35A – 36AC