Correction des questions 19 à 24 du sujet ENAC Pilotes - 2010

Réalisée par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie
© *http://b.louchart.free.fr*

19.

- système : {glaçon}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids : $\vec{P} = \rho_{gl} V_0 \vec{g}$

  $\vec{\Pi}$ la poussée d'Archimède : $\vec{\Pi} = -\vec{P}_{\text{fluide déplacé}} = -\rho_{liq} V_{im} \vec{g}$

  (remarque : $\rho_{air} << \rho_{eau\ liquide}$, donc on néglige l'influence de l'air comme fluide déplacé dans la poussée d'Archimède)

- Le système est à l'équilibre $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

  $\Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} = \vec{0}$

  $\Rightarrow \vec{P} = -\vec{\Pi}$

  $\Rightarrow P = \Pi$

  $\Rightarrow \rho_{gl} V_0 g = \rho_{liq} V_{im} g$

  $\Rightarrow V_{im} = \dfrac{\rho_{gl} V_0}{\rho_{liq}} = \dfrac{920 \times 15}{1000} = 13{,}8\ \text{cm}^3$ *(réponse B)*

20. Initialement, l'eau du glaçon occupe un volume V_0 et a une masse $m_1 = \rho_{gl} V_0$
À l'issue de la fonte du glaçon, cette eau est sous forme liquide et occupe un volume noté V_{liq} . Sa masse est $m_2 = \rho_{liq} V_{liq}$.

Or il y a conservation de la masse de cette eau lors de la fusion du glaçon.

$\Rightarrow m_2 = m_1$

$\Rightarrow \rho_{liq} V_{liq} = \rho_{gl} V_0$

$\Rightarrow V_{liq} = \dfrac{\rho_{gl} V_0}{\rho_{liq}}$

On remarque que ce volume est égal au volume immergé du glaçon avant sa fonte.
Ainsi, finalement, le niveau d'eau dans le verre ne va pas changer : $h_1 = h_0$, donc $h_1 - h_0 = 0$

(réponse C)

21.

- Dans cette question, on fait fondre un glaçon d'eau pure dans de l'eau salée.
  $\rho_{\text{eau pure}} < \rho_{\text{eau salée}}$
  Quand le glaçon va fondre, la concentration de l'eau salée va diminuer, donc sa masse volumique va diminuer également. *La réponse A est donc fausse.*

- Étudions l'évolution du niveau du liquide.
  En reprenant le même raisonnement qu'aux questions 19 et 20, on trouve que :
  - le volume immergé du glaçon avant sa fonte est : $V'_{im} = \dfrac{\rho_{gl} V_0}{\rho_{\text{eau salée}}}$.
  - le volume de l'eau liquide issue de la fonte du glaçon est : $V'_{liq} = \dfrac{\rho_{gl} V_0}{\rho_{liq}}$

  Or $\rho_{\text{eau salée}} > \rho_{\text{eau pure}}$, donc on obtient : $V'_{im} < V'_{liq}$
  On en conclut qu'après la fonte du glaçon, le niveau du liquide aura augmenté. *(réponse D)*

22.

- système : {glace + bille}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids : $\vec{P} = \rho_{\text{liège}} V_{\text{liège}} \vec{g} + \rho_{gl} (V_0 - V_{\text{liège}}) \vec{g}$
  $\vec{\Pi}$ la poussée d'Archimède : $\vec{\Pi} = -\rho_{liq} V''_{im} \vec{g}$

- Le système est à l'équilibre $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
  $\Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} = \vec{0}$
  $\Rightarrow \rho_{\text{liège}} V_{\text{liège}} \vec{g} + \rho_{gl} (V_0 - V_{\text{liège}}) \vec{g} - \rho_{liq} V_{im} \vec{g} = \vec{0}$
  $\Rightarrow \rho_{\text{liège}} V_{\text{liège}} + \rho_{gl} (V_0 - V_{\text{liège}}) - \rho_{liq} V'_{im} = 0$
  $\Rightarrow V''_{im} = \dfrac{\rho_{\text{liège}} V_{\text{liège}} + \rho_{gl} (V_0 - V_{\text{liège}})}{\rho_{liq}}$

  Le pourcentage du volume émergé par rapport au volume total est donc :

$$\%\,(\text{émergé}) = \frac{V_{\text{émergé}}}{V_0} = \frac{V_0 - V''_{im}}{V_0} = 1 - \frac{V''_{im}}{V_0} = 1 - \frac{\rho_{\text{liège}} V_{\text{liège}} + \rho_{gl} (V_0 - V_{\text{liège}})}{\rho_{liq} V_0}$$

$$= 1 - \frac{\rho_{gl}}{\rho_{liq}} - \frac{(\rho_{gl} - \rho_{\text{liège}}) V_{\text{liège}}}{\rho_{liq} V_0}$$

$$= 1 - \frac{920}{1000} - \frac{(920 - 1000) \times 5}{1000 \times 15}$$

$$= 0{,}22$$

$$= 22\ \%$$ *(réponse B)*

23.

- Déterminons le volume de la partie immergée du glaçon.

$\frac{V_{émergé}}{V_0} = 0{,}22 \Rightarrow V_{émergé} = 0{,}22\ V_0$

Or $V''_{im} = V_0 - V_{émergé} = V_0\,(1 - 0{,}22) = 0{,}78\ V_0 = 0{,}78 \times 15 = 11{,}7\ cm^3$

- Après la fonte du glaçon, le morceau de liège flotte : une partie du liège est donc immergée. Calculons ce volume immergé.

Par la même méthode qu'à la question 19, on obtient :

$V_{im\ liège} = \frac{\rho_{liège} V_{liège}}{\rho_{liq}} = \frac{500 \times 5}{1000} = 2{,}5\ cm^3$

Déterminons maintenant le volume occupé par l'eau liquide issue de la fonte du glaçon.
Par la même méthode qu'à la question 20, on obtient :

$V''_{liq} = \frac{\rho_{gl} V_{gl}}{\rho_{liq}} = \frac{\rho_{gl}(V_0 - V_{liège})}{\rho_{liq}} = \frac{920 \times (15-5)}{1000} = 9{,}2\ cm^3$

Finalement, la partie immergée du glaçon (de volume $V''_{im} = 11{,}7\ cm^3$) est remplacée après la fonte du glaçon par de l'eau liquide (qui occupe un volume $V''_{liq} = 9{,}2\ cm^3$) et par la partie immergée du liège (de volume $V_{im\ liège} = 2{,}5\ cm^3$).
Or $V''_{im} = V''_{liq} + V_{im\ liège}$
Le niveau du liquide n'augmente donc pas après la fonte du glaçon : $h_2 - h_0 = 0$ *(réponse C)*

24.

Soit V_{im3} le volume immergé du système {glace + bille}.
Pour que le glaçon flotte, il faut que $V_{im3} \leqslant V_0$
Par un raisonnement semblable à celui de la question 22, on trouve :

$V''_{im} = \frac{\rho_{Al} V_{Al} + \rho_{gl}(V_0 - V_{liège})}{\rho_{liq}}$

On en déduit que :

$\frac{\rho_{Al} V_{Al} + \rho_{gl}(V_0 - V_{liège})}{\rho_{liq}} \leqslant V_0$

$\Rightarrow \rho_{Al} V_{Al} + \rho_{gl}(V_0 - V_{Al}) \leqslant \rho_{liq} V_0$

$\Rightarrow (\rho_{Al} - \rho_{gl})\, V_{Al} \leqslant (\rho_{liq} - \rho_{gl})\, V_0$

$\Rightarrow V_{Al} \leqslant \frac{\rho_{liq} - \rho_{gl}}{\rho_{Al} - \rho_{gl}} \times V_0$

$\Rightarrow V_{Al} \leqslant V_{Al,Max}$, avec $V_{Al,Max} = \frac{\rho_{liq} - \rho_{gl}}{\rho_{Al} - \rho_{gl}} \times V_0 = \frac{1000 - 920}{2700 - 920} \times 15 = 0{,}7\ cm^3$

(réponse A)