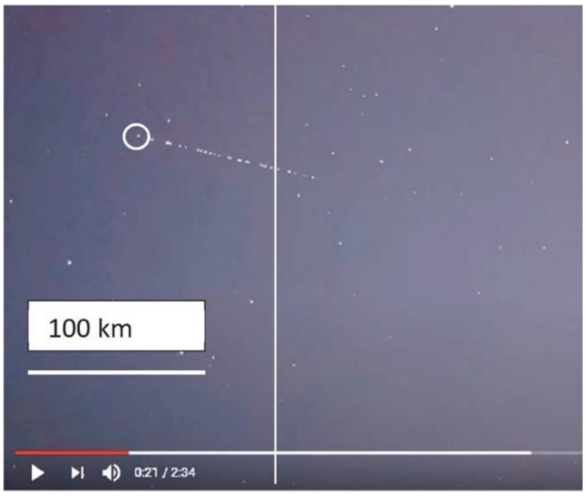
Correction des questions 1 à 6 de l'exercice
"Le déploiement des satellites Starlink"
(Bac Spécialité SI - Métropole - mars 2021)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1.



- Calculons la distance d parcourue par la tête du train de satellites entre les 2 images :

	sur la feuille	en réalité
échelle	2,2 cm	100 km
distance parcourue	1,75 cm	d = ?

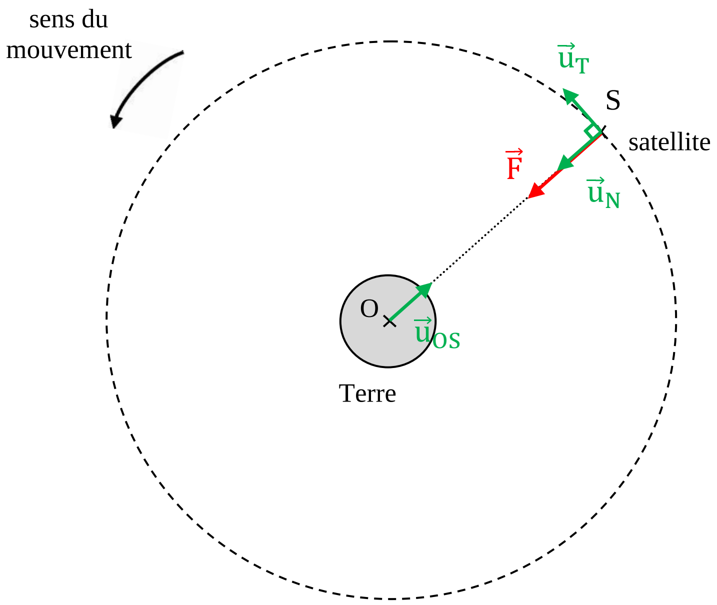
On en déduit que : $d = \dfrac{1,75 \times 100}{2,2} = 79,5$ km

- La tête du train de satellites a parcouru d = 79,5 km pendant une durée $\Delta t = 21 - 11 = 10$ s, donc la vitesse moyenne entre ces 2 positions est :

$v_m = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{79,5}{10} = 7,95 \text{ km.s}^{-1}$

2.

- système : {satellite}
  référentiel : géocentrique, considéré galiléen



$\vec{u}_N = -\vec{u}_{OS}$
On note S le centre de masse du satellite.

Dans le cas d'un point ayant un mouvement circulaire de rayon R , $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\,\vec{u}_T + \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u}_N$

Les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse S du satellite dans le repère de Frenet $(S,\ \vec{u}_T\ ,\ \vec{u}_N)$ sont donc :

$$\vec{a}_S \left|\begin{array}{l} a_t = \dfrac{dv}{dt} \\[2ex] a_n = \dfrac{v^2}{R} \end{array}\right.$$

3. et 4.

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite :

$\vec{F}_{T/S} = -\dfrac{GM_T m_{sat}}{R^2}\,\vec{u}$, où R est la distance entre le centre de la Terre et le centre de masse du satellite

On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres

- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma\vec{F}_{ext} = m_{sat}\,\vec{a}_S$
  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

$$\Rightarrow\ \vec{F}_{T/S} = m_{sat}\,\vec{a}_S \ \Rightarrow\ m_{sat}\,\vec{a}_S = -\frac{GM_T m_{sat}}{R^2}\,\vec{u}_{OS}$$

$$\Rightarrow\ \vec{a}_S = -\frac{GM_T}{R^2}\,\vec{u}_{OS}$$

De plus, comme $\vec{u}_N = -\vec{u}_{OS}$, on obtient : $\vec{a}_S = \dfrac{GM_T}{R^2}\vec{u}_N$

- Or dans le cas d'un point ayant un mouvement circulaire de rayon R , $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{u}_T + \dfrac{v^2}{R}\vec{u}_N$

  Par identification, on obtient :

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = 0 & \textit{(1)} \\ \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{GM_T}{R^2} & \textit{(2)} \end{cases}$$

D'après l'équation (1), $\dfrac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$: le mouvement est uniforme

D'après l'équation (2) $\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{GM_T}{R^2}$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{GM_T}{R}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{6,67\times10^{-11}\times5,97\times10^{24}}{(6371+380)\times10^3}} = 7,68\times10^3\ m.s^{-1} = 7,68\ km.s^{-1}$$

- Calculons l'écart relatif entre la valeur obtenue à la question 1 et celle-ci :

$$e_R = \left|\frac{v_1 - v_2}{v_2}\right| = \left|\frac{7,95-7,68}{7,68}\right| = 0,035 = 3,5\ \%$$

La valeur trouvée à la question 1 est donc assez proche de celle-ci.

L'écart peut être dû à différentes causes :
- aux incertitudes lors des mesures de distance et de durée entre les 2 images dans la méthode de la question 1
- à l'approximation circulaire de la trajectoire dans la $2^{ème}$ partie
- aux incertitudes sur les valeurs numériques fournies (G, M_T et R_T)

5. Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre.

Pour qu'un satellite soit géostationnaire, il faut donc :
- que sa période de révolution soit égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même (23h 56 min 4 s = 86164 s).
- qu'il tourne autour de la Terre dans le même sens que celui de la rotation de la Terre sur elle-même
- que son orbite appartienne au plan équatorial

Sur les images de la vidéo, on observe que les satellites Starlink ne sont pas immobiles dans un référentiel terrestre, donc les satellites Starlink étudiés ne sont pas géostationnaires.