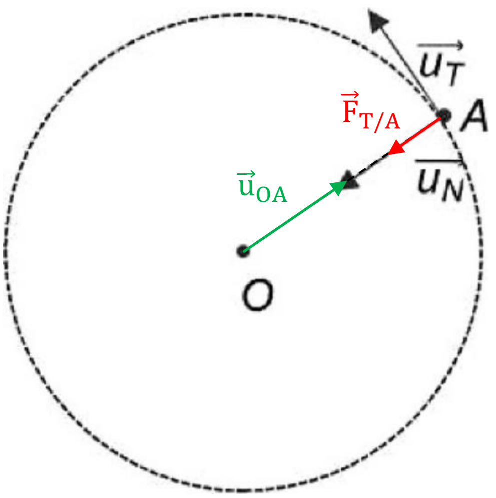
La masse de la Terre
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Polynésie - juin 2024)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1.



2. $\vec{F}_{T/A} = -\dfrac{GM_T m}{r^2}\ \vec{u}_{OA} = \dfrac{GM_T m}{r^2}\ \vec{u}_N$ car $\vec{u}_{OA} = -\ \vec{u}_N$ *(cf. schéma ci-dessous)*

3.

- système : {satellite}
  référentiel : géocentrique, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite : $\vec{F}_{T/A} = \dfrac{GM_T m}{r^2}\ \vec{u}_N$
  On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres.

- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\ \vec{a}_A$
  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et que la masse du système est constante.

$\Rightarrow\ \vec{F}_{T/S} = m\ \vec{a}_A \ \Rightarrow\ m\ \vec{a}_A = \dfrac{GM_T m}{r^2}\ \vec{u}_N$

$\Rightarrow\ \vec{a}_A = \dfrac{GM_T}{r^2}\ \vec{u}_N$

- Dans le cas d'un point A ayant un mouvement circulaire uniforme de rayon r, $\vec{a}_A = \frac{v^2}{r}\ \vec{u}_N$

Or d'après la question précédente, $\vec{a}_A = \frac{GM_T}{r^2}\ \vec{u}_N$

On obtient donc : $\frac{v^2}{r} = \frac{GM_T}{r^2}$

$\Rightarrow\ v^2 = \frac{GM_T}{r}$

$\Rightarrow\ v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$

4. La période de révolution T du satellite est la durée nécessaire pour qu'il effectue 1 tour sur sa trajectoire autour de la Terre.

A parcourt, à vitesse constante, la distance $\ell = 2\pi\, r$ pendant une durée $\Delta t = T$

$\Rightarrow\ v = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2\pi\, r}{T}$

$\Rightarrow\ \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \frac{2\pi\, r}{T}$

$\Rightarrow\ \frac{GM_T}{r} = \frac{4\pi^2\ r^2}{T^2}$

$\Rightarrow\ \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

5. D'après la figure 2, $2d = D_{OB} + D_{OC}$

$\Rightarrow\ d = \frac{D_{OB} + D_{OC}}{2} = \frac{6{,}89\times10^6 + 8{,}07\times10^6}{2} = 7{,}48\times10^6$ m

6. Le satellite effectue N = 1400 révolutions en $\Delta t = 9{,}03\times10^6$ s, donc la péride de révolution vaut :

$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{9{,}03\times10^6}{1400} = 6450$ s

On déduit la masse de la Terre :

$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}\ \Rightarrow\ M_T = \frac{4\pi^2 d^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 \times (7{,}48\times10^6)^3}{6{,}67\times10^{-11}\times6450^2} = 5{,}95\times10^{24}$ kg

7.

D'après la figure 3, $5T = 10{,}0 \text{ s} \Rightarrow T = 2{,}00 \text{ s}$

8. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = \dfrac{4\pi^2\ell}{g} \Rightarrow g = \dfrac{4\pi^2\ell}{T^2} = \dfrac{4\pi^2 \times 1{,}0}{2{,}00^2} = 9{,}9 \text{ m.s}^{-2}$

9. $P = F \Rightarrow mg = \dfrac{GM_T m}{R_T^2} \Rightarrow g = \dfrac{GM_T}{R_T^2}$

$\Rightarrow M_T = \dfrac{gR_T^2}{G} = \dfrac{9{,}9 \times (6{,}37 \times 10^3 \times 10^3)^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} = 6{,}0 \times 10^{24} \text{ kg}$