L'homme canon
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Afrique - juin 2024)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Étude énergétique du vol de l'homme canon

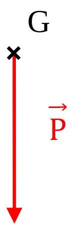
1. $E_m = E_c + E_p = E_c + E_{pp} = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2 + mgz$

$\Rightarrow \quad E_m\,(t = 0\text{ s}) = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 + mgH$

2.

- système : {artiste + équipement}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- Bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  On néglige toute action de l'air



- Le poids est une force conservative, donc il y a conservation de l'énergie mécanique.
  $\Rightarrow \quad E_m(G_f) = E_m(G_0)$ en notant G_f le centre de masse à l'arrivée dans le filet
  $\Rightarrow \quad \dfrac{1}{2}\,m\,v_f^2 + mgz_f = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 + mgH$
  $\Rightarrow \quad \dfrac{1}{2}\,m\,v_f^2 + mgH = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 + mgH$ car $z_f = h = H$
  $\Rightarrow \quad v_f^2 = v_0^2$
  $\Rightarrow \quad v_f = v_0 = 31\text{ m.s}^{-1}$

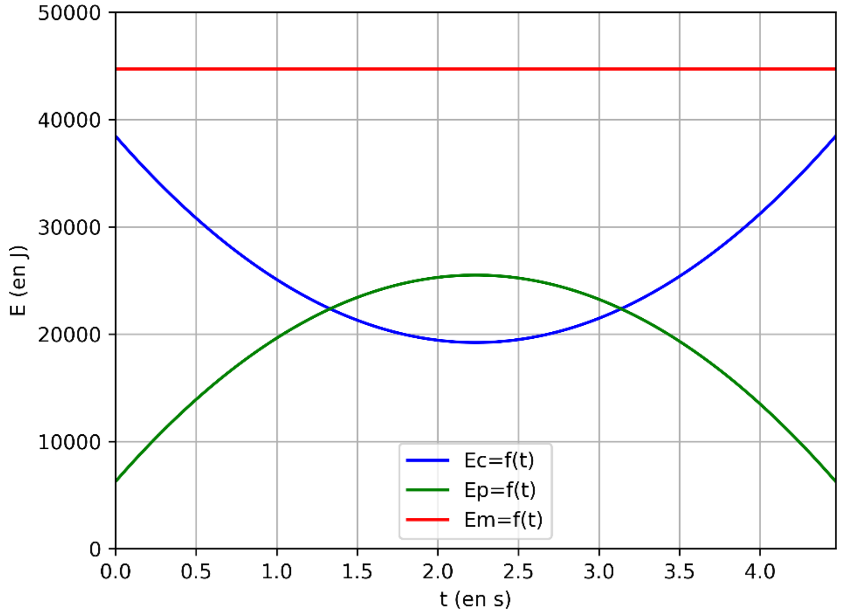
3. L'énergie mécanique est constante durant l'ensemble du mouvement.

Dans la 1$^{\text{ère}}$ partie du mouvement :
- l'altitude z augmente, donc E_p augmente
- la vitesse v diminue, donc E_c diminue

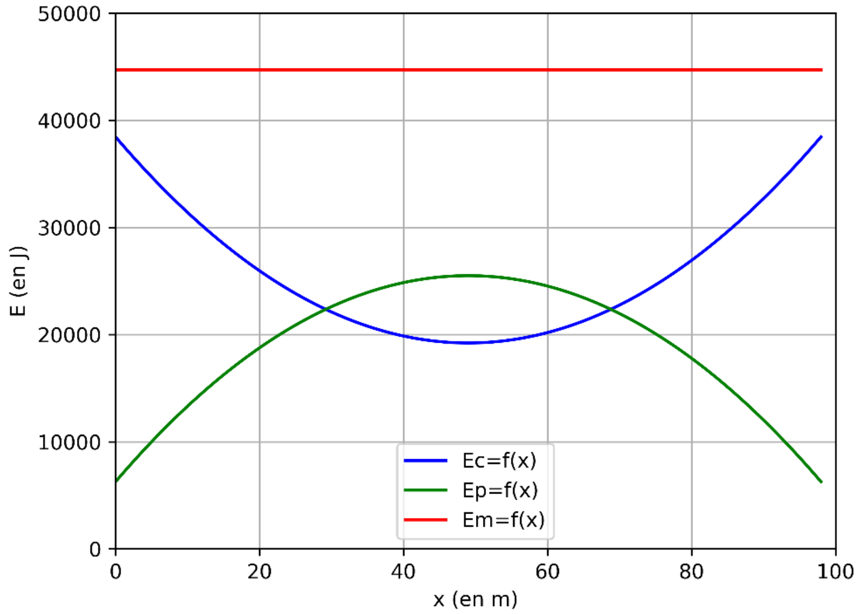
Dans la 2ème partie :
- l'altitude z diminue, donc E_p diminue
- la vitesse v augmente, donc E_c augmente

À tout instant, $E_c + E_p = E_m$

On obtient donc l'évolution des énergies cinétique, potentielle au cours du temps :



ou leur évolution en fonction de x :



2. Étude du mouvement de l'homme canon après le lancer

4.

- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$

  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

  $\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G$

  $\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G$

  $\Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$

- $\vec{a}_G \begin{vmatrix} a_x \\ a_z \end{vmatrix} = \vec{g} \begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{a}_G \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{vmatrix}$

5.

- $\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt} \Rightarrow \vec{v}_G \begin{vmatrix} v_x = C_1 \\ v_z = -gt + C_2 \end{vmatrix}$

Or $\vec{v}_G$ (t=0 s) $\begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \end{vmatrix} = \vec{v}_0 \begin{vmatrix} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = v_0 \cos\alpha \\ C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$

Donc $\vec{v}_G(t) \begin{vmatrix} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{vmatrix}$

- $\vec{v}_G = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OG} \begin{vmatrix} x = (v_0 \cos\alpha)\, t + C_3 \\ z = -\dfrac{1}{2} gt^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + C_4 \end{vmatrix}$

Or $\overrightarrow{OG}$ (t=0 s) $\begin{vmatrix} C_3 \\ C_4 \end{vmatrix} = \overrightarrow{OG}_0 \begin{vmatrix} 0 \\ H \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} C_3 = 0 \\ C_4 = H \end{cases}$

Donc $\overrightarrow{OG}(t) \begin{vmatrix} x = (v_0 \cos\alpha)\, t \\ z = -\dfrac{1}{2} gt^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + H \end{vmatrix}$

6. Quand le système atteint le filet, $z = h = H$

7.

- Notons t_f l'instant où l'homme canon atteint le filet : $z(t_f) = h = H$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} g t_f^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t_f + H = H$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} g t_f^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t_f = 0$

$\Rightarrow t_f \left(-\dfrac{1}{2} g t_f + v_0 \sin\alpha\right) = 0$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} g\, t_f + v_0 \sin\alpha = 0 \qquad \text{car} \quad t_f \neq 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} g\, t_f = v_0 \sin\alpha$$

$$\Rightarrow \quad t_f = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2 \times 31 \times \sin 45°}{9{,}81} = 4{,}5 \text{ s}$$

La durée du vol vaut donc : $t_v = t_f - t_{départ} = 4{,}5$ s car $t_{départ} = 0$ s

- On en déduit la longueur théorique de la portée :

  $x_v = x(t_v) = (v_0 \cos\alpha)\, t_v = (31 \times \cos 45°) \times 4{,}5 = 98$ m

8. Calculons l'écart relatif entre les valeurs expérimentale et théorique :

$$e_R = \left| \frac{x_{v,exp} - x_{v,th}}{x_{v,th}} \right| = \left| \frac{98 - 56{,}64}{56{,}64} \right| = 0{,}73 = 73\ \%$$

La valeur trouvée expérimentalement est très inférieure à la valeur théorique calculée dans le modèle de la chute libre.
On en déduit que le modèle de la chute libre n’est pas correct pour ce vol : les frottements de l’air ne sont pas négligeables.