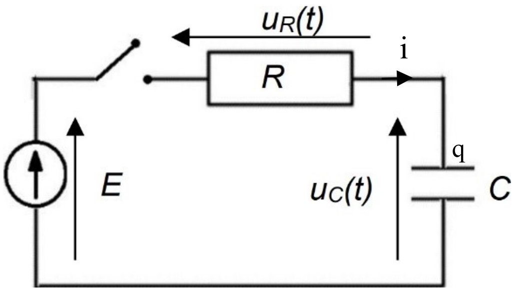
Microphone électrostatique
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Polynésie - mars 2023)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie
© http://b.louchart.free.fr

A. Polarisation du capteur capacitif d'un microphone électrostatique

1.



D'après la loi des mailles, $u_R + u_c = E$

De plus, d'après la loi d'Ohm, $u_R = Ri \Rightarrow Ri + u_c = E$

Or $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d(Cu_c)}{dt} = C\,\dfrac{du_c}{dt}$

On obtient donc : $RC\,\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E$, c'est-à-dire : $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{RC} = \dfrac{E}{RC}$

2.

✓ **<u>1</u>**

✓ **1ère méthode :**

- solution générale de l'équation homogène (sans second membre) :

  $u_{c,h} = \lambda\, e^{-\frac{t}{RC}}$

- solution particulière de l'équation complète (avec second membre) :
  Le second membre est une constante, donc on cherche une solution particulière constante $u_{c,p}$
  Déterminons $u_{c,p}$

  $u_{c,p}$ est solution de l'équation différentielle $\Rightarrow \dfrac{du_{c,p}}{dt} + \dfrac{u_{c,p}}{RC} = \dfrac{E}{RC}$

  Or $u_{c,p}$ est constante $\Rightarrow \dfrac{du_{c,p}}{dt} = 0$

  On obtient donc : $0 + \dfrac{u_{c,p}}{RC} = \dfrac{E}{RC}$

  $\Rightarrow u_{c,p} = E$

- La solution générale de l'équation complète (avec second membre) est donc :
  $u_c = u_{c,h} + u_{c,p}$

  $\Rightarrow \; u_c = \lambda\, e^{-\frac{t}{RC}} + E$

- Déterminons λ en utilisant une condition initiale.

  À t = 0 s, le condensateur n'est pas chargé $\Rightarrow$ q = 0 C $\Rightarrow$ $u_c = 0$ V

  $$\left.\begin{array}{l} u_c\,(t = 0s) = \lambda\, e^{-\frac{0}{RC}} + E = \lambda + E \\ u_c\,(t = 0s) = 0\ V \end{array}\right\} \Rightarrow \; \lambda = -E$$

  Finalement, $u_c = -E\,e^{-\frac{t}{rC}} + E \; = \; E\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

  $\Rightarrow \; u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, où $\tau = RC$

  $-\dfrac{t}{\tau}$ est sans unité, donc τ est homogène à un temps : il s'exprime en s.

✓ **<u>2ème méthode</u> :**

- Remarque **:**

  si $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, alors $\dfrac{du_c}{dt} = E \times (-1) \times \left(-\dfrac{1}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} = \dfrac{E}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

- $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation si : $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{RC} = \dfrac{E}{RC}$

  $$\Rightarrow \text{ si } \; \frac{E}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{RC}\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{RC}$$

  $$\Rightarrow \text{ si } \; \frac{1}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC}\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{1}{RC} \quad \text{car } E \neq 0$$

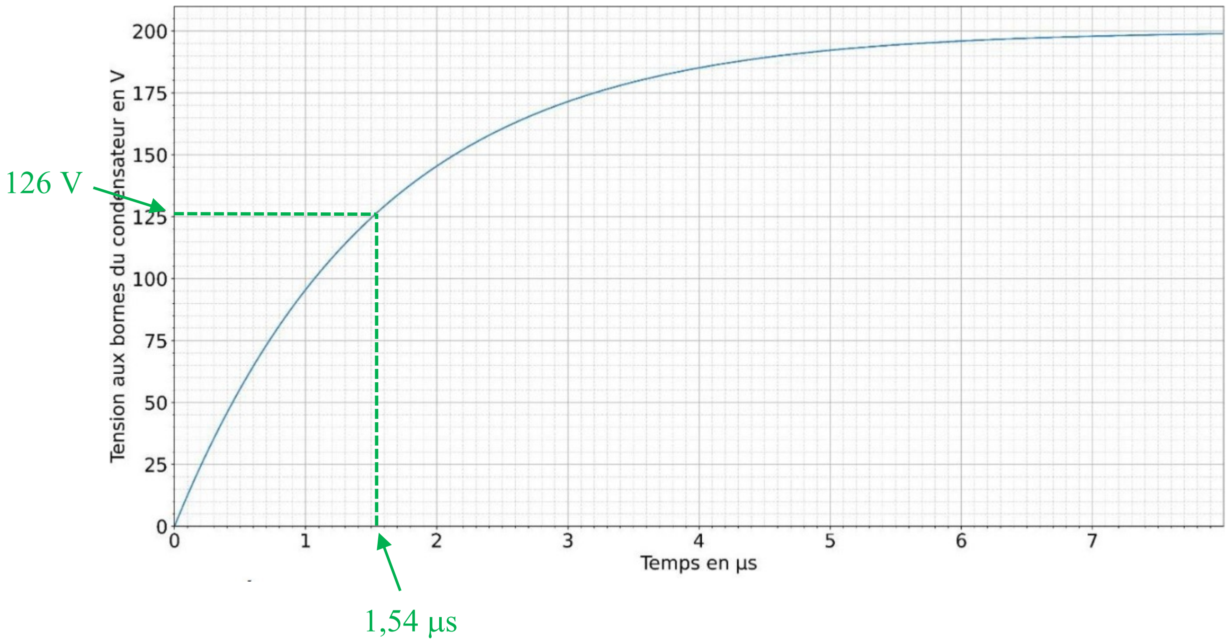
  $$\Rightarrow \text{ si } \; \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \quad \text{, quel que soit t}$$

  $$\Rightarrow \text{ si } \; \frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} = 0$$

  $$\Rightarrow \text{ si } \; \tau = RC$$

  $-\dfrac{t}{\tau}$ est sans unité, donc τ est homogène à un temps : il s'exprime en s.

3. $u_c(\tau) = E\,(1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}) = E\,(1 - e^{-1}) = 0{,}63 \times E = 0{,}63 \times 200 = 126\ \text{V}$



Graphiquement, on obtient : $\tau = 1{,}54\ \mu\text{s}$

4. $\tau = RC \;\Rightarrow\; C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{1{,}54 \times 10^{-6}}{1{,}0 \times 10^{5}} = 1{,}5 \times 10^{-11}\ \text{F} = 1{,}5 \times 10^{1}\ \text{pF}$

B. Fonctionnement du capteur capacitif du microphone électrostatique

5. $C_0 = \dfrac{\varepsilon_{air} S}{e} = \dfrac{8{,}9 \times 10^{-12} \times 3{,}60 \times 10^{-5}}{20{,}77 \times 10^{-6}} = 1{,}5 \times 10^{-11}\ \text{F}$

6. $C = \dfrac{\varepsilon_{air} S}{e}$

Si l'onde sonore qui arrive exerce une surpression sur l'armature mobile, la distance e entre les 2 armatures diminue (avec S et ε_{air} constants).
On en déduit que C augmente.

7. $f = \dfrac{1}{T} \;\Rightarrow\; T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{440} = 2{,}27 \times 10^{-3}\ \text{s} = 2{,}27\ \text{ms} = 2270\ \mu\text{s}$

Le temps de réponse (1 µs) étant 2270 fois plus petit que la période T du signal sonore que l'on veut mesurer, il peut être négligé et le capteur pourra acquérir fidèlement le son souhaité.

8. Le niveau d'intensité sonore du son que l'on veut acquérir vaut :

$L = 10 \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\dfrac{4{,}7 \times 10^{-6}}{1{,}0 \times 10^{-12}}\right) = 67\ \text{dB}$

Cette valeur est comprise entre 32 dB et 160 dB, donc le niveau d'intensité sonore du son souhaité pourra être mesuré par le microphone.