Plongeon de haut vol
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Afrique - mars 2023)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

A. Étude énergétique

1. $E_{pp} = mgy$, donc il faut indiquer à la ligne 36 : `Eppi=m*g*y[i]`
$E_m = E_c + E_p = E_c + E_{pp}$, donc il faut indiquer à la ligne 38 : `Emi=Eci+Eppi`

2. Au tout début de l'étude, l'altitude augmente, donc E_{pp} augmente
la vitesse diminue, donc E_c diminue
On en déduit que c'est bien la courbe en pointillés qui correspond à $E_c = f(t)$

3. D'après le graphique, E_c (t = 0 s) = 195 J

Or $E_c(t = 0\text{ s}) = \dfrac{1}{2}\, m\, v_0^2 \quad \Rightarrow \quad v_0^2 = \dfrac{2E_c(t=0\text{ s})}{m}$

Ainsi, $v_0 = \sqrt{\dfrac{2E_c(t=0\text{ s})}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\times 195}{70,0}} = 2,4\text{ m.s}^{-1}$

4. La variation d'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives (ici, les forces de frottement) : $\Delta E_m = W_{AB}(\vec{f})$
Pour $t \leqslant 0,4$ s, l'énergie mécanique est constante, donc le travail des forces non conservatives est nul, ce qui signifie que les frottements sont négligeables.
Mais pour t > 0,4 s, l'énergie mécanique diminue, donc les frottements ne peuvent plus être négligés.

5. D'après le graphique, au tout début du saut ($t \leqslant 0,4$ s), la vitesse est faible, et les forces de frottement peuvent être négligées.
Mais ensuite, la vitesse augmente, et elles ne peuvent plus l'être.
L'importance des forces de frottement augmente donc quand la vitesse augmente.

B. Étude cinématique

6. $v_{0x} = v_x(t = 0\text{ s}) = \dfrac{x(t=0,033\text{ s}) - x(t=0\text{ s})}{0,033-0} = \dfrac{0,050-0}{0,033-0} = 1,5\text{ m.s}^{-1}$

$v_{0y} = v_y(t = 0\text{ s}) = \dfrac{y(t=0,033\text{ s}) - y(t=0\text{ s})}{0,033-0} = \dfrac{0,060-0}{0,033-0} = 1,8\text{ m.s}^{-1}$

7. Les coordonnées du vecteur vitesse initial sont : $\vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$

<u>1ère méthode</u> :

$$\left.\begin{array}{l} v_{0y} = v_0 \sin\alpha \\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

Ainsi, $\tan\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} = \dfrac{1,8}{1,5} = 1,2$

d'où : $\alpha = \text{Arctan}\,(1,2) = 50°$

<u>Autres méthodes</u> :

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{v_{0x}}{v_0} = \dfrac{1,5}{2,4} = 0,64 \Rightarrow \alpha = \text{Arccos}\,(0,64) = 50°$

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_0} = \dfrac{1,8}{2,4} = 0,77 \Rightarrow \alpha = \text{Arcsin}\,(0,77) = 50°$

8. D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_P$

car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_P$

$\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_P$

$\Rightarrow \vec{a}_P = \vec{g}$

9.

- $\vec{a}_P \left| \begin{array}{l} a_x \\ a_y \end{array} \right. = \vec{g} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right. \Rightarrow \vec{a}_P \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$

- $\vec{a}_P = \dfrac{d\vec{v}_P}{dt} \Rightarrow \vec{v}_P \left| \begin{array}{l} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{array} \right.$

Or $\vec{v}_P\ (t=0\text{ s}) \left| \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. = \vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_1 = v_0 \cos\alpha \\ C_2 = v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$

Donc $\vec{v}_P\ (t) \left| \begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$

10. $\vec{v}_P = \dfrac{d\overrightarrow{OP}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OP} \left| \begin{array}{l} x = (v_0 \cos\alpha)\, t + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + C_4 \end{array} \right.$

Or $\overrightarrow{OP}\ (t=0\ s) \left| \begin{array}{l} C_3 \\ C_4 \end{array} \right. = \overrightarrow{OP_0} \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_3 = 0 \\ C_4 = 0 \end{array} \right.$

Donc $\overrightarrow{OG}\ (t) \left| \begin{array}{l} x = (v_0 \cos\alpha)\, t \\ y = -\dfrac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t \end{array} \right.$

11. $x = (v_0 \cos\alpha).t \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$

$\Rightarrow y = -\dfrac{1}{2} g \dfrac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + (v_0 \sin\alpha) \times \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$

L'équation de la trajectoire est donc : $y = -\dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + (\tan\alpha)\, x$

12. Notons t' l'instant où le plongeur touche l'eau.

$\Rightarrow y(t') = -h$ *(en posant h = 28 m)*

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} g t'^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t' = -h$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} g t'^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t' + h = 0$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} \times 9{,}81 \times t'^2 + (2{,}4 \times \sin 50°)\, t' + 28 = 0$

$\Rightarrow -4{,}9 \times t'^2 + 1{,}8\, t' + 28 = 0$

13. Parmi les 2 solutions mathématiques, la première (– 2,21 s) est impossible physiquement car le plongeur ne peut pas arriver dans l'eau avant d'avoir sauté.
La seule solution possible physiquement, dans l'hypothèse d'une chute libre, est donc t' = 2,58 s.

Pour déterminer si la durée expérimentale mesurée de la chute est compatible avec l'hypothèse d'une chute libre, calculons le z-score :

$z = \dfrac{|\Delta t_{exp} - t'|}{u(\Delta t_{exp})} = \dfrac{|2{,}80 - 2{,}58|}{0{,}30} = 0{,}73$

$z < 2$, donc le résultat expérimental est compatible avec la valeur de référence.
La durée expérimentale mesurée de la chute est donc compatible avec l'hypothèse d'une chute libre.

14. $v_{th}(t') = \sqrt{v_x^2(t') + v_y^2(t')}$

$$= \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (-gt' + v_0 \sin\alpha)^2}$$

$$= \sqrt{(2,4 \times \cos 50°)^2 + (-9,81 \times 2,58 + 2,4 \sin 50°)^2}$$

$$= 24 \text{ m.s}^{-1}$$

15. $v_{th}(t') = 24 \text{ m.s}^{-1} = 24 \times 3,6 \text{ km.h}^{-1} = 85 \text{ km.h}^{-1}$

C'est en accord avec le texte d'introduction, qui indique que la vitesse d'impact lors de l'entrée dans l'eau est proche de 90 km.h^{-1}.

16. Considérons, en 1ère approximation, que le mouvement est rectiligne dans l'eau (selon un axe noté Δ). Le vecteur accélération moyenne entre l'instant de l'impact dans l'eau et l'instant où le plongeur s'immobilise dans l'eau est alors :

$$\vec{a}_{moy} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{(v_f - v_i)}{t_f - t_i}\,\vec{u}_\Delta$$

$$\Rightarrow \quad a_{moy} = \left\|\vec{a}_{moy}\right\| = \left|\frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}\right| = \left|\frac{0 - 24}{0,50}\right| = 47 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\frac{a_{moy}}{g} = \frac{47}{9,81} = 4,8 \quad \Rightarrow \quad a_{moy} = 4,8\text{ g}$$

L'accélération moyenne subie par le plongeur lors de cette phase est donc 4,8 fois plus grande que la valeur du champ de pesanteur g à la surface de la Terre.