Modélisation d'un service au tennis
(Bac Spécialité Physique-Chimie – Nouvelle-Calédonie - novembre 2022)

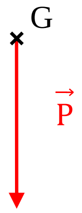
Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

A. Établissement de l'équation de la trajectoire dans le cadre du modèle choisi

1.1.

- système : {balle, modélisée par un point correspondant à son centre de masse G}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  On néglige l'action de l'air,
  et les effets de la rotation de la balle sont négligés.



- D'après la 2[ème] loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$
  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G$

$\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G$

$\Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$

- $\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} a_x \\ a_y \end{array} \right. = \vec{g} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_G \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$

1.2. $\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_G \left| \begin{array}{l} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{array} \right.$

Or $\vec{v}_G\ (t=0\ s) \left| \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. = \vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_0 \\ 0 \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} C_1 = v_0 \\ C_2 = 0 \end{cases}$

Donc $\vec{v}_G\ (t) \left| \begin{array}{l} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{array} \right.$

1.3. $\vec{v}_G = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OG} \left| \begin{array}{l} x = v_0 t + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2} g t^2 + C_4 \end{array} \right.$

Or $\overrightarrow{OG}(t=0\text{ s}) \left| \begin{array}{l} C_3 \\ C_4 \end{array} \right. = \overrightarrow{OG_0} \left| \begin{array}{l} 0 \\ H \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_3 = 0 \\ C_4 = H \end{array} \right.$

Donc $\overrightarrow{OG}\ (t) \left| \begin{array}{l} x = v_0 t \\ y = -\dfrac{1}{2} g t^2 + H \end{array} \right.$

2. $x = v_0 t \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0}$

$\Rightarrow y = -\dfrac{1}{2} g \dfrac{x^2}{v_0^2} + H$

L'équation de la trajectoire est donc : $y = -\dfrac{g}{2v_0^2} x^2 + H$

B. Influence de la vitesse initiale dans le cadre du modèle choisi

1. $y = -\dfrac{g}{2v_0^2} x^2 + H \Rightarrow \dfrac{g}{2v_0^2} x^2 = H - y \Rightarrow v_0^2 = \dfrac{gx^2}{2\ (H-y)} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\dfrac{gx^2}{2\ (H-y)}}$

On obtient donc : $v_0 = x \sqrt{\dfrac{g}{2\ (H-y)}}$

2. D'après les 2 schémas fournis,

$x_C = 5{,}50 + 6{,}40 = 11{,}90$ m ; $x_D = 5{,}50 + 6{,}40 + 6{,}40 = 18{,}30$ m

$y_C = 0{,}91$ m ; $y_D = 0$ m

3.

- v_{0max} correspond au cas où le point D (x_D ; y_D) appartient à la trajectoire

  $\Rightarrow y_D = -\dfrac{g}{2v_{0max}^2} x_D^2 + H$

  $\Rightarrow v_{0max} = x_D \sqrt{\dfrac{g}{2\ (H-y_D)}} = 18{,}30 \times \sqrt{\dfrac{9{,}81}{2\times(2{,}6-0)}} = 25 \text{ m.s}^{-1}$

- v_{0min} correspond au cas où le point C appartient à la trajectoire

  $\Rightarrow y_C = -\dfrac{g}{2v_{0min}^2} x_C^2 + H$

$$\Rightarrow \quad v_{0min} = x_C \sqrt{\frac{g}{2\ (H - y_C)}} = 11{,}90 \times \sqrt{\frac{9{,}81}{2 \times (2{,}6 - 0{,}91)}} = 20\ m.s^{-1}$$

4. Dans ce modèle, on a négligé l'action de l'air.
Cette hypothèse n'est donc pas vérifiée.

C. Étude énergétique

- Calculons l'énergie mécanique à t = 0 s :

  $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}058 \times 47{,}8^2 = 66\ J$

  $E_p = E_{pp} = mgy = 0{,}058 \times 9{,}81 \times 2{,}58 = 1{,}5\ J$

  $E_m = E_c + E_p = 68\ J$

- En opérant de même aux autres instants, on obtient :

t (en s)	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
E_m (en J)	68	59	56	54	52	48	46	42	39	37

On observe donc que l'énergie mécanique du système diminue au cours du temps.

- Si la balle n'était soumise qu'à son poids, qui est une force conservative, alors il y aurait conservation de l'énergie mécanique.
  Ce n'est pas le cas, donc la balle n'est pas soumise qu'à son poids : l'action de l'air ne peut donc pas être négligée.