Défibrillateur cardiaque
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Métropole - mars 2022)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Pour que le condensateur se charge, il faut que l'interrupteur soit en position 1.

2. D'après la loi des mailles, $u_r + u_c = E$

De plus, d'après la loi d'Ohm, $u_r = ri \Rightarrow ri + u_c = E$

Or $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C\,\frac{du_c}{dt}$

On obtient donc : $rC\,\frac{du_c}{dt} + u_c = E$

3.

✓ **<u>1</u>**

✓ **1$^{\text{ère}}$ méthode :**

- solution générale de l'équation homogène (sans second membre) :
  $u_{c,h} = \lambda\, e^{-\frac{t}{rC}}$

- solution particulière de l'équation complète (avec second membre) :
  Le second membre est une constante, donc on cherche une solution particulière constante ($u_{c,p} = K$).
  Déterminons K.
  $u_{c,p}$ est solution de l'équation différentielle $\Rightarrow rC\,\frac{du_{c,p}}{dt} + u_{c,p} = E$
  Or $u_{c,p} = K \Rightarrow \frac{du_{c,p}}{dt} = 0$
  On obtient donc : $rC\times 0 + u_{c,p} = E$
  $\Rightarrow u_{c,p} = E$

- La solution générale de l'équation complète (avec second membre) est donc :
  $u_c = u_{c,h} + u_{c,p}$
  $\Rightarrow u_c = \lambda\, e^{-\frac{t}{rC}} + E$

- <u>Déterminons λ en utilisant une condition initiale</u>.

  À t = 0 s, le condensateur n'est pas chargé $\Rightarrow$ q = 0 C $\Rightarrow$ $u_c = 0$ V

  $$\left.\begin{array}{l} u_c\,(t = 0s) = \lambda\ e^{-\frac{0}{rC}} + E = \lambda + E \\ u_c\,(t = 0s) = 0\ V \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda = -E$$

  Finalement, $u_c = -E\,e^{-\frac{t}{rC}} + E = E\,(1 - e^{-\frac{t}{rC}})$

  $\Rightarrow$ $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}})$, où $\tau_{charge} = rC$

  $-\dfrac{t}{\tau_{charge}}$ est sans unité, donc τ_{charge} est homogène à un temps : il s'exprime en s.

✓ **<u>2^{ème} méthode</u> :**

- Remarque **:**

  si $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}})$, alors $\dfrac{du_c}{dt} = E \times (-1) \times \left(-\dfrac{1}{\tau_{charge}}\right) e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} = \dfrac{E}{\tau_{charge}}\ e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$

- $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}})$ est solution de l'équation si : $rC\,\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E$

  $$\Rightarrow \text{si}\quad \frac{rCE}{\tau_{charge}}\ e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}) = E$$

  $$\Rightarrow \text{si}\quad \frac{rC}{\tau_{charge}}\ e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}) = 1 \quad \text{car } E \neq 0$$

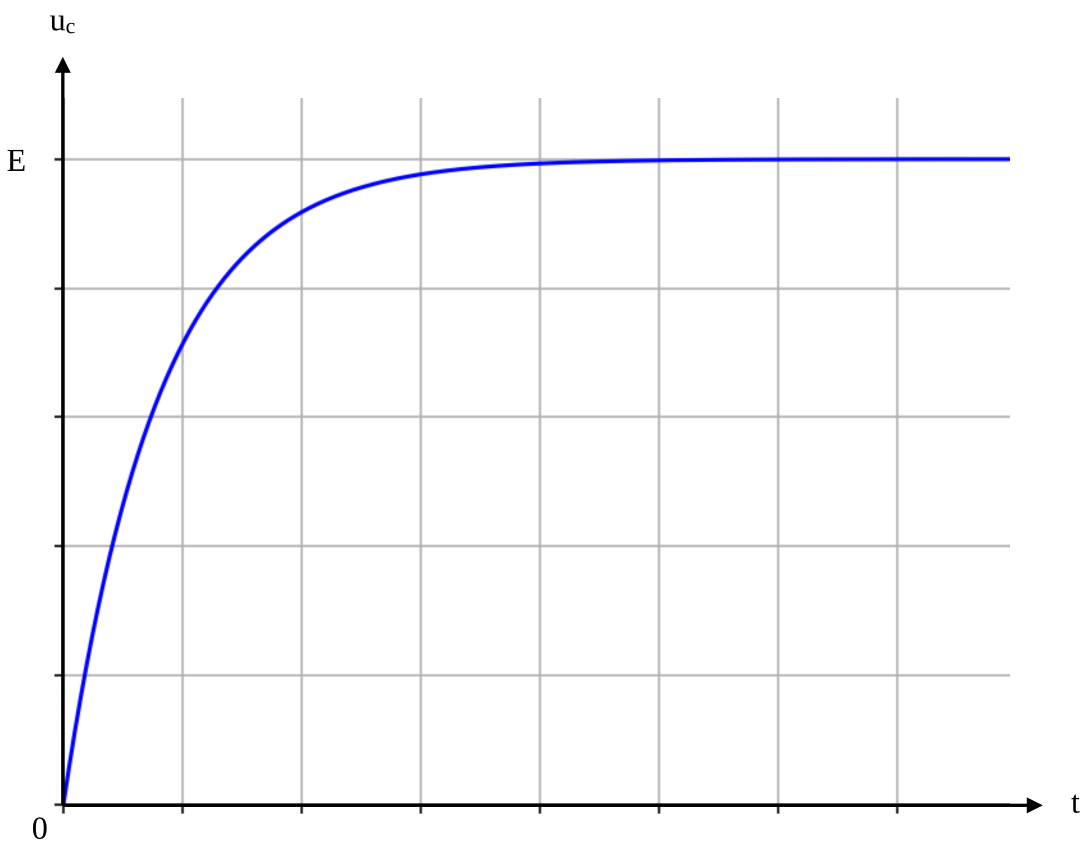
  $$\Rightarrow \text{si}\quad \left(\frac{rC}{\tau_{charge}} - 1\right) e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} = 0 \quad \text{, quel que soit t}$$

  $$\Rightarrow \text{si}\quad \frac{rC}{\tau_{charge}} - 1 = 0$$

  $$\Rightarrow \text{si}\quad \tau_{charge} = rC$$

$-\dfrac{t}{\tau_{charge}}$ est sans unité, donc τ_{charge} est homogène à un temps : il s'exprime en s.

4.



- $u_c\,(t = 0\text{ s}) = E\,(1 - e^{-\frac{0}{rC}}) = 0\text{ V}$

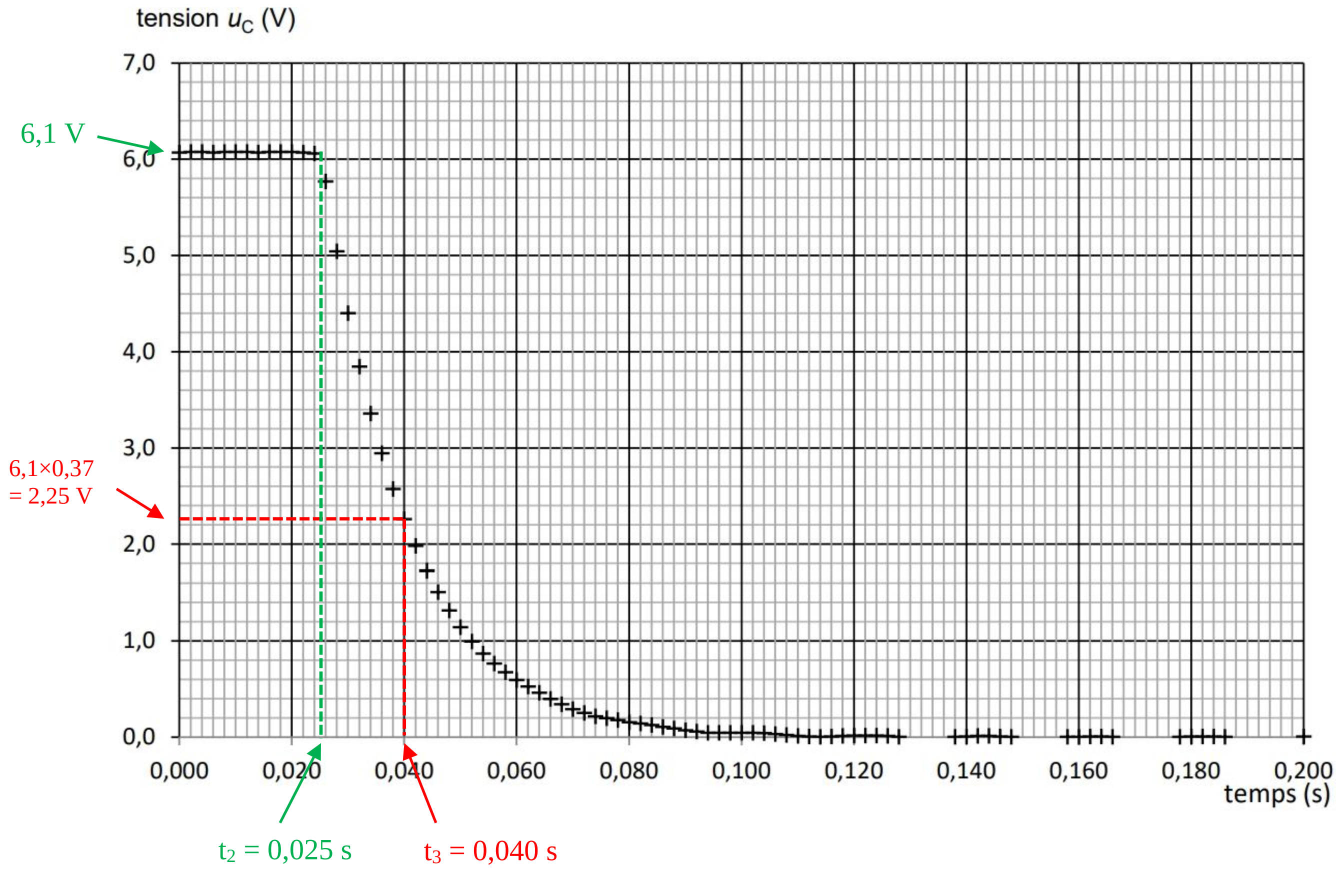
  Quand t tend vers $+\infty$, $-\dfrac{t}{rC}$ tend vers $-\infty$ $\Rightarrow$ $e^{-\frac{t}{rC}}$ tend vers 0

  donc $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{rC}})$ tend vers E

5. $u_c\,(t_1 = 5\,\tau_{charge}) = E\,(1 - e^{-\frac{5\tau_{charge}}{\tau_{charge}}}) = E\,(1 - e^{-5}) = 0{,}99\,E$
La tension aux bornes du condensateur a donc bien atteint 99 % de sa valeur finale E au bout d'une durée égale à $5\tau_{charge}$.

6. Quand l'interrupteur passe en position 2, la décharge commence, donc u_c diminue.
D'après le graphique (cf. page suivante), $t_2 = 0{,}025$ s

7. La durée caractéristique τ_{graph} est égale à la durée entre l'instant t_2 du début de la décharge et l'instant t_3 où u_c vaut 37 % de sa valeur au début de la décharge.



On obtient : $\tau_{graph} = t_3 - t_2 = 0,040 - 0,025 = 0,015$ s

$\tau_{théorique} = RC = 10\times10^3 \times 1,5\times10^{-6} = 0,015$ s

La valeur obtenue graphiquement correspond donc à la valeur théorique.

8. La décharge est réalisée à 99 % au bout d'une durée Δt' voisine de $5\tau = 5RC$.

Comme la résistance électrique du corps d'un adulte est comprise entre 50 et 150 Ω, on en déduit que Δt' est comprise entre $\Delta t_{min} = 5R_{min}C = 5\times50\times170\times10^{-6} = 0,042$ s

et $\Delta t_{max} = 5R_{max}C = 5\times150\times170\times10^{-6} = 0,128$ s.

C'est en accord avec la durée de délivrance d'un choc qui doit être de moins de 4 s.