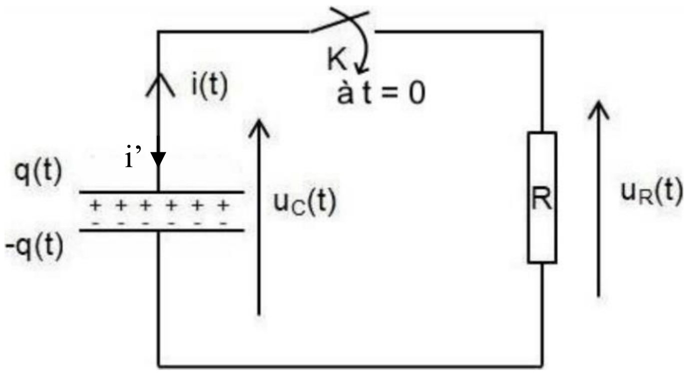
Des supercondensateurs pour recharger un bus électrique
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Amérique du Nord - mars 2022)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie
© *http://b.louchart.free.fr*

A. Étude d'un supercondensateur



1. Sur le schéma, notons i' l'intensité du courant circulant vers l'armature de charge q : $i' = \dfrac{dq}{dt}$

Or $q = Cu_c$

$\Rightarrow \; i' = \dfrac{d(Cu_c)}{dt} = C\,\dfrac{du_c}{dt}$

On en déduit que $i = -\,i' = -\,C\,\dfrac{du_c}{dt}$

2. D'après la loi des mailles, $-\,u_R + u_c = 0$
De plus, d'après la loi d'Ohm, $u_R = Ri$

$\Rightarrow \; -\,Ri + u_c = 0$

$\Rightarrow \; RC\,\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$

3. Remarque : si $u_c = A + B\,e^{-\frac{t}{RC}}$, alors $\dfrac{du_c}{dt} = -\,\dfrac{B}{RC}\,e^{-\frac{t}{RC}}$

- $u_c = A + B\,e^{-\frac{t}{RC}}$ est solution de l'équation différentielle

  $\Rightarrow \; RC\,\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$

  $\Rightarrow \; -\,B\,e^{-\frac{t}{RC}} + A + B\,e^{-\frac{t}{RC}} = 0$

  $\Rightarrow \; A = 0$

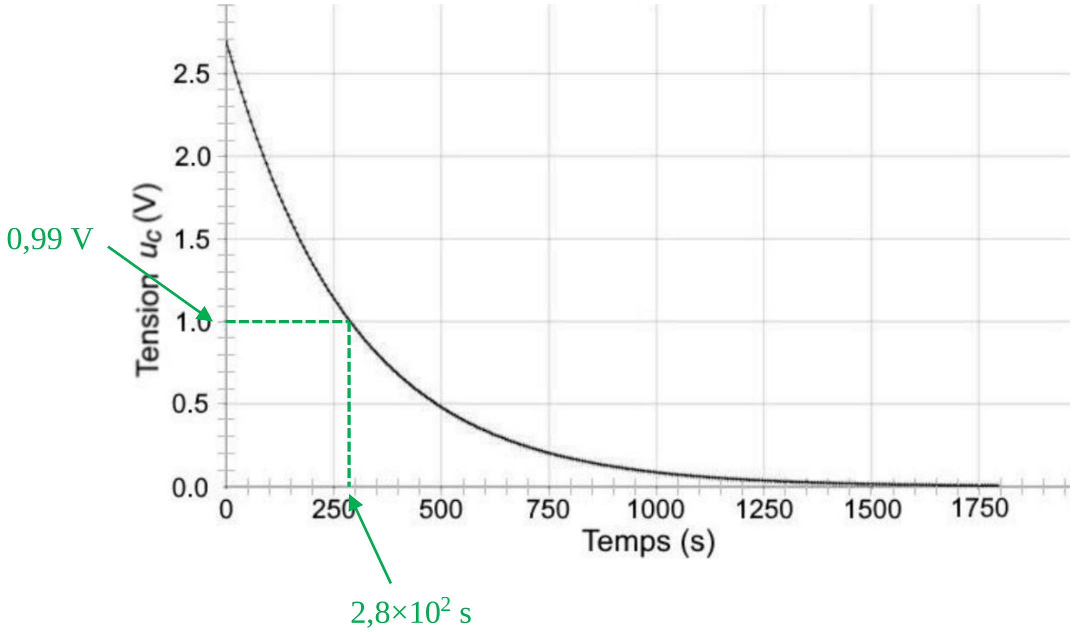
  $\Rightarrow \; u_c = B\,.\,e^{-\frac{t}{RC}}$

- À t = 0 s, $\left.\begin{array}{l} u_c = E \\ u_c = B \end{array}\right\} \Rightarrow \; B = E$

  $\Rightarrow \; u_c = E.\,e^{-\frac{t}{RC}}$

Finalement, $A = 0$ et $B = E$

4. $u_C(\tau) = E\,e^{-\frac{\tau}{RC}} = E\,e^{-1} = 0{,}37\times E = 0{,}37\times 2{,}7 = 0{,}99\ \text{V}$



Graphiquement, on obtient $\tau = 2{,}8\times10^2$ s

5. $\tau = RC \;\Rightarrow\; C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{2{,}8\times10^2}{100\times10^{-3}} = 2{,}8\times10^3\ \text{F}$

Cette valeur est très grande par rapport à celle des condensateurs usuels, qui va du picofarad à la dizaine de millifarads.

6.

- $u(C) = C \times \sqrt{\left(\dfrac{u(\tau)}{\tau}\right)^2 + \left(\dfrac{u(R)}{R}\right)^2} = 2{,}8\times10^3 \times \sqrt{\left(\dfrac{25}{2{,}8\times10^2}\right)^2 + \left(\dfrac{2}{100}\right)^2} = 2{,}6\times10^2\ \text{F}$

  Avec les valeurs obtenues, on écrira donc[1] : $C_2 = (280 \pm 26)\times10$ F

- Comparons la valeur obtenue expérimentalement à celle indiquée par le constructeur :

  $$\frac{|C - C_{réf}|}{u(C)} = \left|\frac{2{,}8\times10^3 - 3000}{2{,}6\times10^2}\right| = 0{,}78$$

  $$\Rightarrow \frac{|C - C_{réf}|}{u(C)} < 2$$

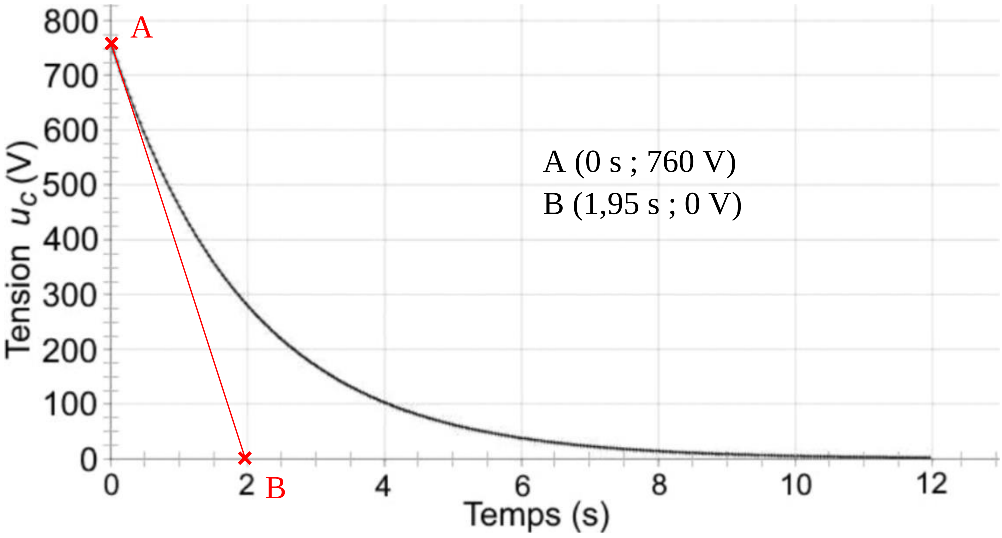
  Il y a moins de 2 incertitudes-types entre le résultat expérimental et la valeur de référence, donc le résultat obtenu est satisfaisant.

[1] Conformément aux préconisations du rapport "Mesure et incertitudes" (version 2021), p.34-35, sur le site Éduscol : https://eduscol.education.fr/document/7067/download

B. Étude du totem

1. $i = -\, C_{totem} \dfrac{du_c}{dt}$

La valeur de i à un instant t est donc égale à l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe $u_c = f(t)$ au point d'abscisse t, multiplié par la capacité C_{totem} du condensateur.
Étant donné l'allure de la courbe fournie, on en déduit que i est maximale à t = 0 s.



Finalement,

$$I_{max} = i\,(t = 0\text{ s}) = -\,C_{totem}\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0s} = -\,C_{totem} \times \frac{u_c(B) - u_c(A)}{t_B - t_A} = -\,20 \times \frac{0 - 760}{1{,}95 - 0} = 7{,}8\times10^{3}\text{ A}$$

2. Calculons la durée de recharge du condensateur totem.

$$\mathcal{P} = \frac{E_{transférée}}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{C_{totem} \times u_c^2}{2\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{C_{totem} \times u_c^2}{2P} = \frac{20 \times 760^2}{2 \times 9{,}0 \times 10^3} = \frac{20 \times 760^2}{2 \times 9{,}0 \times 10^3} = 6{,}4\times10^{2}\text{ s} = 10\text{ min }40\text{ s}$$

Le délai minimal à respecter entre le passage de deux bus au totem est donc de 10 min 40 s.