Un radar de contrôle de vitesses
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Amérique du Nord - mars 2022)

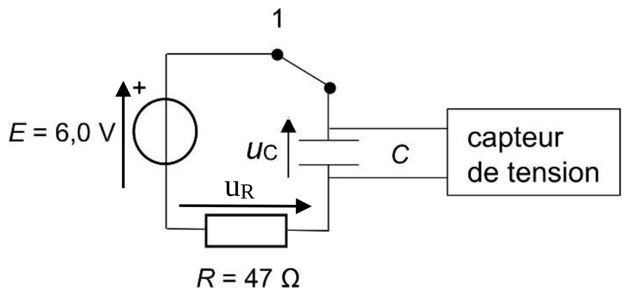
Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. $v = 25\ m.s^{-1} = 25 \times 3{,}6\ km.h^{-1} = 90\ km.h^{-1}$
Or, pour une route sèche à double sens sans séparateur central, la vitesse autorisée est de 80 $km.h^{-1}$.
L'automobiliste roule donc à 10 $km.h^{-1}$ au-dessus de la vitesse autorisée, ce qui est supérieur à la tolérance de 5 $km.h^{-1}$.
L'écart entre la vitesse autorisée et la vitesse contrôlée étant inférieur à 20 $km.h^{-1}$ avec une vitesse maximale autorisée supérieure à 50 $km.h^{-1}$, il va être sanctionné d'une amende de 68 euros et d'un retrait d'un point sur son permis de conduire.

2. La durée entre les 2 éclairs (52 ms maximum) étant inférieure à la durée de persistance rétinienne des impressions lumineuses (70 ms), les membres du véhicule flashé n'auront l'impression que d'un seul éclair lumineux.

3. D'après la loi des mailles, $u_R + u_c = E$
De plus, d'après la loi d'Ohm, $u_R = Ri \Rightarrow Ri + u_c = E$
Or $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$

On obtient donc : $RC\frac{du_c}{dt} + u_c = E$



4.

✓ **<u>1ère méthode</u> :**

- <u>solution générale de l'équation homogène (sans second membre)</u> :
$u_{c,h} = \lambda\ e^{-\frac{t}{RC}}$

- <u>solution particulière de l'équation complète (avec second membre)</u> :
Le second membre est une constante, donc on cherche une solution particulière constante ($u_{c,p} = K$).
Déterminons-la.
$u_{c,p}$ est solution de l'équation différentielle $\Rightarrow RC\frac{du_{c,p}}{dt} + u_{c,p} = E$
Or $u_{c,p} = K \Rightarrow \frac{du_{c,p}}{dt} = 0$
On obtient donc : $RC \times 0 + u_{c,p} = E$
$\Rightarrow u_{c,p} = E$

- La solution générale de l'équation complète (avec second membre) est donc :
  $u_c = u_{c,h} + u_{c,p}$
  $\Rightarrow \; u_c = \lambda\, e^{-\frac{t}{RC}} + E$

- Déterminons λ en utilisant une condition initiale.
  À t = 0 s, le condensateur n'est pas chargé $\Rightarrow$ q = 0 C $\Rightarrow$ $u_c = 0$ V

$$\left.\begin{array}{l} u_c\,(t = 0s) = \lambda\, e^{-\frac{0}{RC}} + E = \lambda + E \\ u_c\,(t = 0s) = 0\ V \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda + E = 0 \Rightarrow \lambda = -E$$

Finalement, $u_c = -E\,e^{-\frac{t}{RC}} + E = E\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$\Rightarrow \; u_c = A + B\, e^{-\frac{t}{\tau}}$, avec $A = E$, $B = -E$ et $\tau = RC$

✓ **<u>2ème méthode</u> :**

Remarque : si $u_c = A + B\,e^{-\frac{t}{\tau}}$, alors $\dfrac{du_c}{dt} = -\dfrac{B}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

- $u_c = A + B\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle

$$\Rightarrow \; RC\,\frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

$$\Rightarrow \; -\frac{BRC}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}} + A + B\,e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\Rightarrow \; B.\left(-\frac{RC}{\tau} + 1\right).\, e^{-\frac{t}{\tau}} + A = E$$

vrai $\forall$t, et $B \neq 0$ $\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} -\dfrac{RC}{\tau} + 1 = 0 \\ A = E \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \tau = RC \\ A = E \end{array}\right.$

$\Rightarrow \; u_c = B\,.e^{-\frac{t}{RC}} + E$

- À t = 0 s, $\left.\begin{array}{l} u_c = 0\ V \\ u_c = B + E \end{array}\right\} \Rightarrow \; B + E = 0 \Rightarrow B = -E$

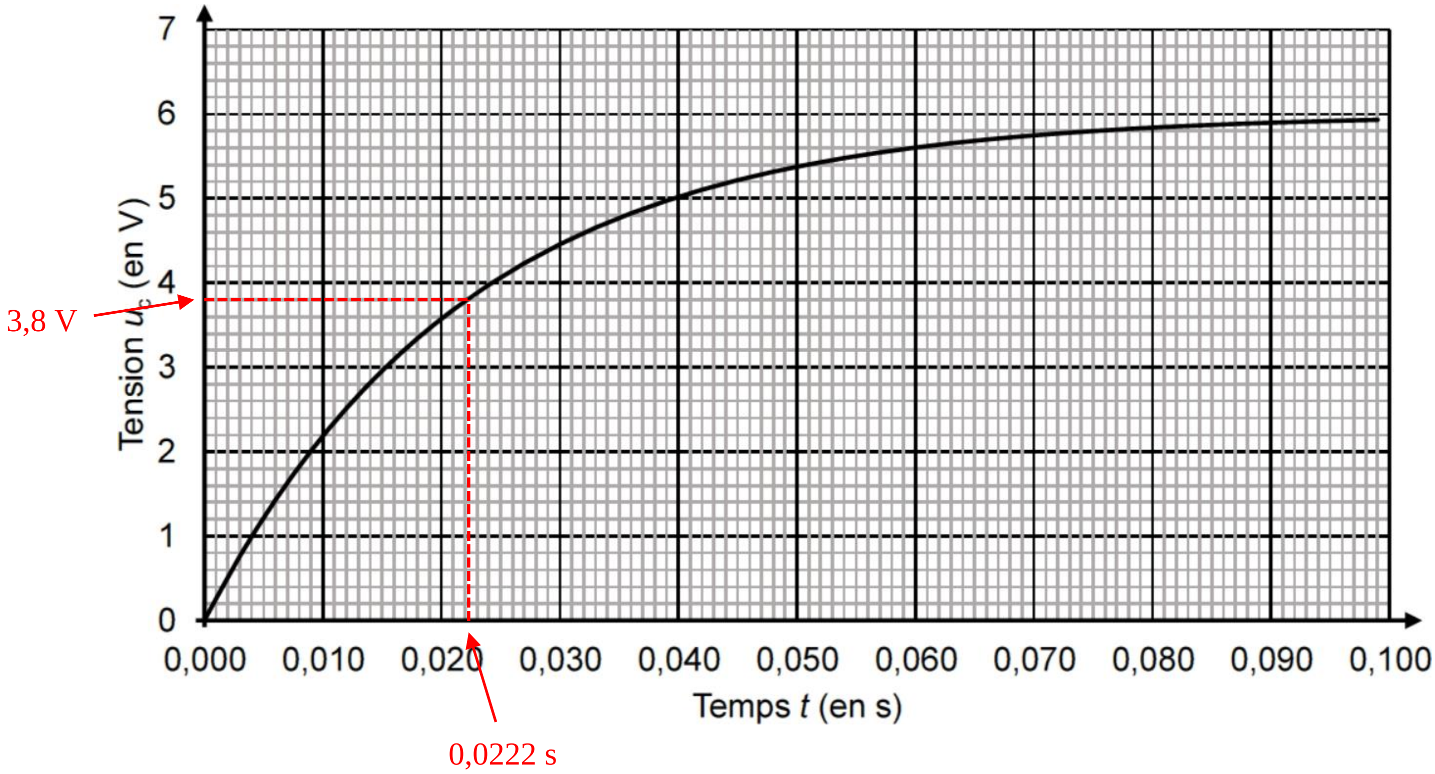
$\Rightarrow \; u_c = -E.\ e^{-\frac{t}{RC}} + E$

Finalement, $u_c = A + B\, e^{-\frac{t}{\tau}}$, où $A = E$, $B = -E$ et $\tau = RC$

5.

- Commençons par déterminer le temps caractéristique $\tau = RC$ à l'aide du graphique $u_c = f(t)$:

$u_c(\tau) = E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}\right) = E\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63 \times E = 0{,}63 \times 6{,}0 = 3{,}8$ V



Graphiquement, on obtient : $\tau = 0{,}0222$ s

- On peut ainsi calculer la capacité du condensateur :

$\tau = RC \Rightarrow C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{0{,}0222}{47} = 4{,}7 \times 10^{-4}$ F

<u>Résolution du problème</u>

6. Calculons la durée entre le déclenchement des 2 flashs afin de vérifier si elle est bien inférieure ou égale à 52 ms.

- Entre le déclenchement des 2 flashs, il y a 2 phases :
  - suite au déclenchement du 1er flash, le condensateur se décharge jusqu'à ce que la tension u_c atteigne la tension de seuil de la diode. Cela dure $\Delta t_1 = 8$ ms.
  - la recharge du condensateur, de durée Δt_2 , jusqu'à ce que la tension u_c atteigne la valeur $u_{c,déc}$ pour laquelle le 2ème flash est déclenché.

- La durée Δt_2 n'étant pas fournie dans l'énoncé, déterminons-la.

✓ Calculons la tension $u_{c,déc}$ aux bornes du condensateur quand son énergie vaut $E_{déclenchement} = 7{,}0 \times 10^{-3}$ J :

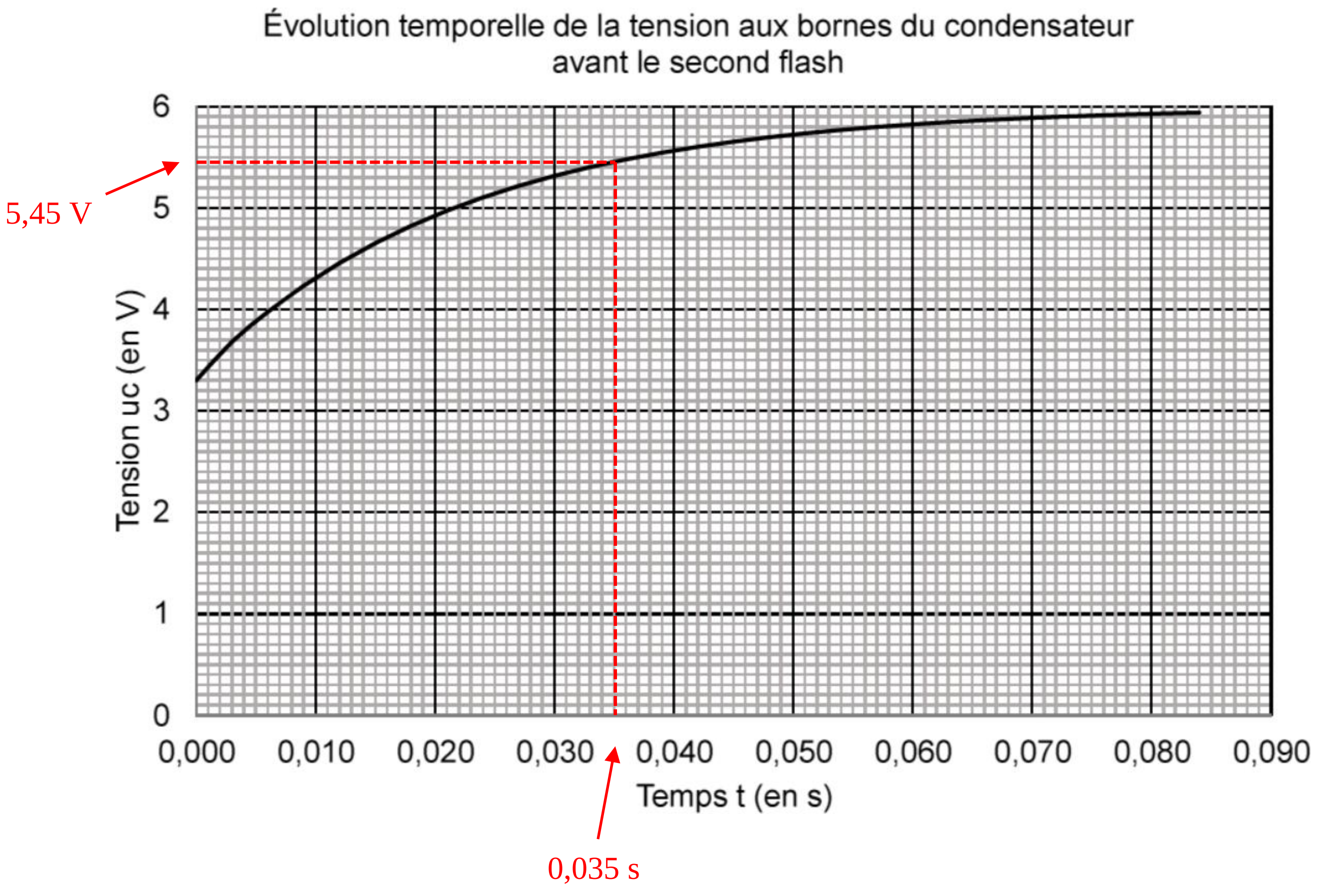
D'après les données, $E_{cond} = \dfrac{1}{2} C u_c^2$

$$\Rightarrow \quad E_{déclenchement} = \frac{1}{2} C u^2_{c,déc}$$

$$\Rightarrow \quad u^2_{c,déc} = \frac{2\, E_{déclenchement}}{C}$$

$$\Rightarrow \quad u_{c,déc} = \sqrt{\frac{2\, E_{déclenchement}}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 7{,}0 \times 10^{-3}}{470 \times 10^{-6}}} = 5{,}45 \text{ V}$$

- ✓ On en déduit la durée pour que le condensateur se recharge jusqu'à cette tension de déclenchement du 2$^{\text{ème}}$ flash :



Graphiquement, on obtient $\Delta t_2 = 0{,}035$ s = 35 ms

Finalement, la durée entre le déclenchement des 2 flashs vaut $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 8 + 35 = 43$ ms

Elle est inférieure à 52 ms, donc la condition est respectée.