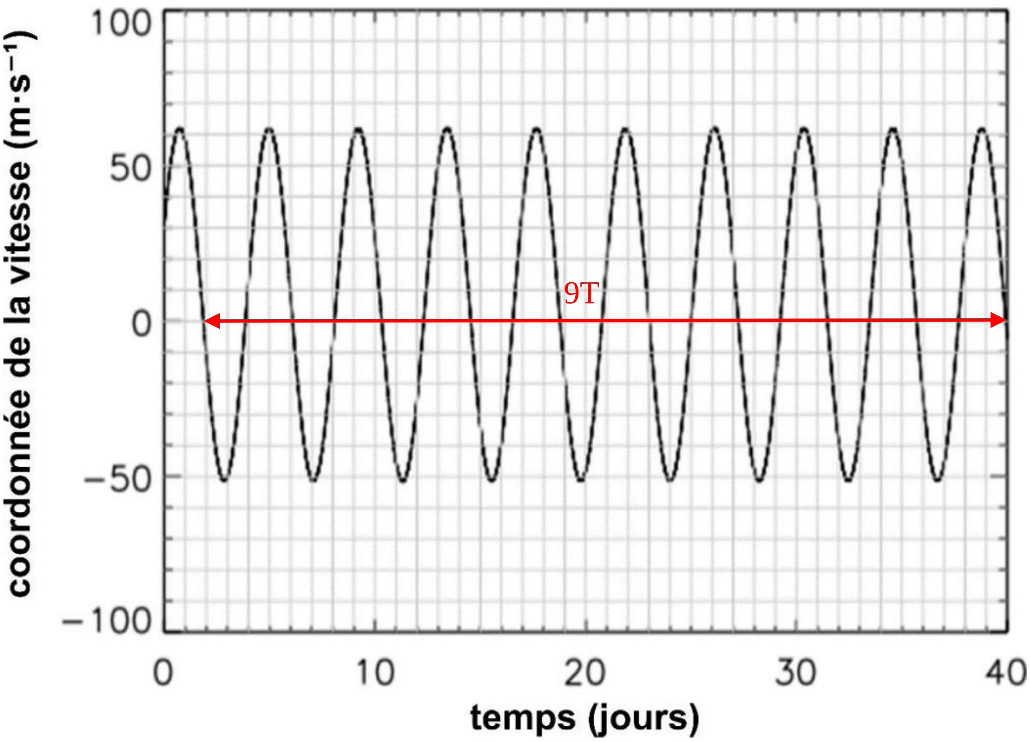
Une exoplanète : 51PEG_b
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Amérique du Nord - mars 2022)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

A. Étude du système double 51Peg

1.



$$9T = 38{,}2 \text{ jours} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{38{,}2}{9} = 4{,}24 \text{ jours}$$

2. $\dfrac{T^2}{r^3}$ s'exprime en $\dfrac{s^2}{m^3} = s^2.m^{-3}$

Or :

$\dfrac{GM_{51Peg\_a}}{4\pi^2}$ s'exprime en $m^3 \times s^{-2} \times kg^{-1} \times kg = m^3.s^{-2}$, et non en $s^2.m^{-3}$ $\Rightarrow$ ce n'est pas la bonne

$\dfrac{4\pi^2 G}{M_{51Peg\_a}}$ s'exprime en $\dfrac{m^3 \times s^{-2} \times kg^{-1}}{kg} = m^3.s^{-2}.kg^{-2}$, et non en $s^2.m^{-3}$ $\Rightarrow$ ce n'est pas la bonne

$\dfrac{4\pi^2}{GM_{51Peg\_a}}$ et $\dfrac{4\pi^2}{GM_{Soleil}}$ s'expriment en $\dfrac{1}{m^3 \times s^{-2} \times kg^{-1} \times kg} = s^2.m^{-3}$

Les expressions (2) et (4) n'étant pas homogènes, elles sont nécessairement fausses.

Les expressions (1) et (3), elles, sont homogènes. Mais laquelle est la bonne ?
Les forces exercées par le Soleil étant négligées dans cette étude, la masse du Soleil n'a aucune raison d'intervenir dans la formule proposée.

C'est donc la formule (1) qui est correcte : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_{51Peg\_a}}$

3. $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_{51Peg\_a}} \Rightarrow r^3 = \dfrac{GM_{51Peg\_a}T^2}{4\pi^2}$

$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{GM_{51Peg\_a}T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\dfrac{6,6742\times10^{-11}\times1,89\times10^{30}\times(4,24\times24\times60\times60)^2}{4\pi^2}} = 7,54\times10^9$ m

$\Rightarrow r = 7,54\times10^6$ km

4. $\dfrac{r_{Mercure}}{r_{51Peg\_b}} = \dfrac{5,8\times10^7}{7,54\times10^6} = 7,7 \Rightarrow r_{Mercure} = 7,7 \times r_{51Peg\_b}$

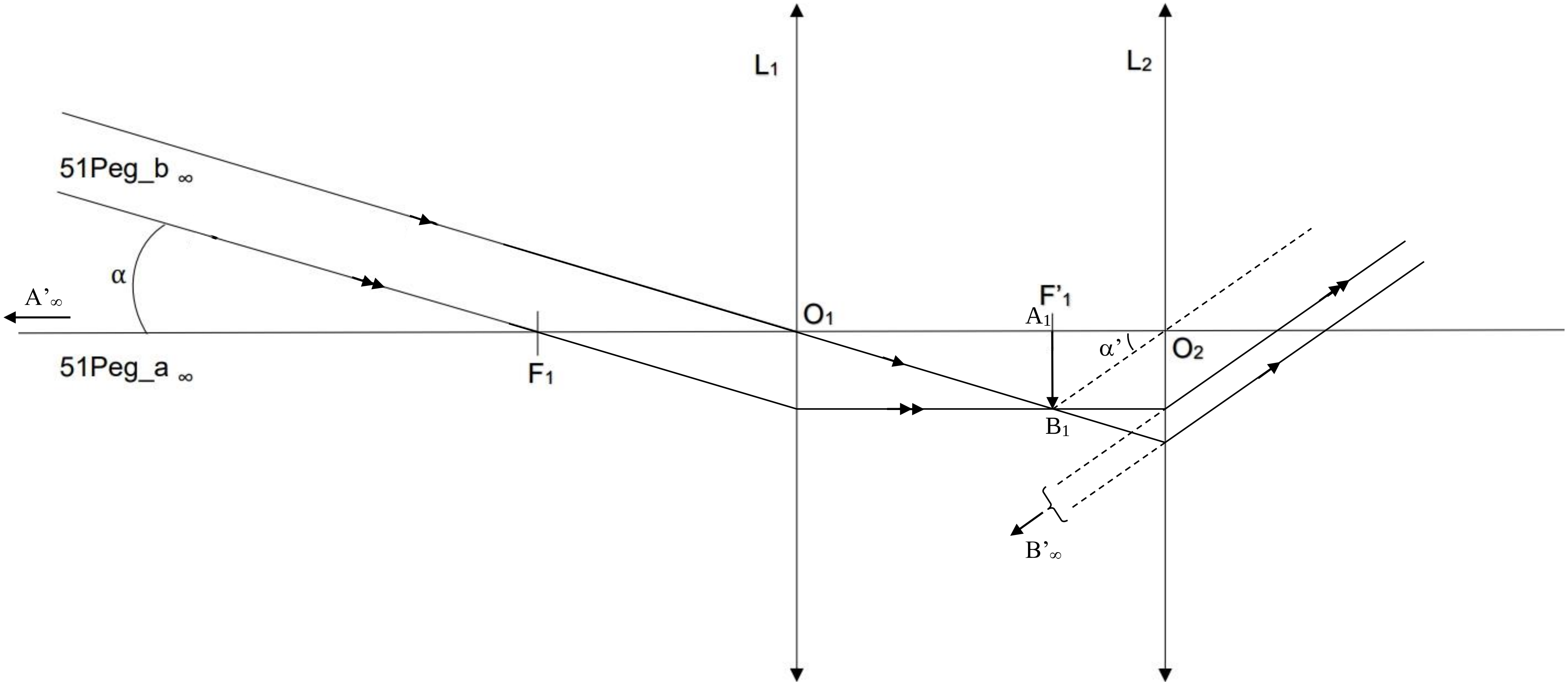
$\dfrac{T_{Mercure}}{T_{51Peg\_b}} = \dfrac{88}{4,24} = 21 \Rightarrow T_{Mercure} = 21 \times T_{51Peg\_b}$

Mercure est donc 7,7 fois plus éloignée de son étoile que l'exoplanète 51Peg_b, et a une période de révolution 21 fois plus grande.

B. Lunette astronomique et exoplanète

1. $\alpha = \dfrac{d_{51Peg\_a-51Peg\_b}}{D_{Terre-51Peg\_a}} = \dfrac{7,5\times10^6\times10^3}{4,53\times10^{17}} = 1,7\times10^{-8}$ rad

D'après les données, on ne peut distinguer 2 objets que si l'angle α sous lequel sont vus les 2 points est supérieur à $\alpha_{min} = 3,0\times10^{-4}$ rad.
$\alpha < \alpha_{min} \Rightarrow$ le satellite n'est pas visible à l'œil nu.



L1
L2
51Peg_b ∞
α
A'∞
51Peg_a ∞
F1
O1
F'1
A1
α'
O2
B1
B'∞

3. $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$, avec α' : angle sous lequel on voit l'astre à travers l'instrument
α : angle sous lequel on le voit à l'œil nu

Les angles α et α' étant très petits, on peut faire les approximations suivantes : $\tan\alpha \approx \alpha$ (en rad)
et $\tan\alpha' \approx \alpha'$ (en rad)

L'angle α sous lequel on voit l'objet AB à l'œil nu est aussi l'angle sous lequel on voit l'image intermédiaire A_1B_1 depuis O_1 :

$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$$ *(utilisation du triangle rectangle ($O_1A_1B_1$))*

L'angle θ' sous lequel on voit l'image définitive A'B' est aussi l'angle sous lequel on voit l'image intermédiaire A_1B_1 depuis O_2 :

$$\alpha' \approx \tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f_2'}$$ *(utilisation du triangle rectangle ($O_2A_1B_1$))*

On en déduit que $$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\dfrac{A_1B_1}{f_2'}}{\dfrac{A_1B_1}{f_1'}} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

4. $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} \Rightarrow \alpha' = G \times \alpha = \dfrac{f_1'}{f_2'} \times \alpha$

Pour que l'on puisse distinguer 51Peg_b de son étoile 51Peg_a, il faut que α' soit supérieur à α_{min} ,

$\Rightarrow$ que $\dfrac{f_1'}{f_2'} \times \alpha > \alpha_{min}$

$\Rightarrow$ que $f_2' < \dfrac{f_1'}{\alpha_{min}} \times \alpha$

$\Rightarrow$ que $f_2' < \dfrac{900\times10^{-3}}{3{,}0\times10^{-4}} \times 1{,}7\times10^{-8}$

$\Rightarrow$ que $f_2' < 5{,}0\times10^{-6}$ m

$\Rightarrow$ que $f_2' < 5{,}0$ µm

Les 3 oculaires proposés ayant des distances focales supérieures à 5,0 µm , on ne pourra pas distinguer l'exoplanète 51Peg_b de son étoile 51Peg_a avec cette lunette.