Un vol inaugural un peu particulier
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Sujet zéro - 2021)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

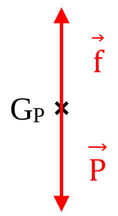
A. Le retour des propulseurs latéraux sur Terre

1.

- système : {un des deux propulseurs}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

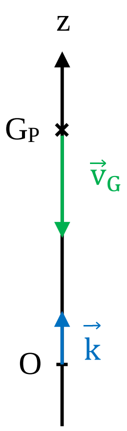
- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  $\vec{f}$ la force de frottement due à l'air

- Au cours de cette phase, on considère que le mouvement est rectiligne (vertical).
  D'après le principe de l'inertie, pour que ce mouvement rectiligne soit uniforme, il faut que :
  $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
  donc que $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$
  c'est-à-dire que : $\vec{f} = -\vec{P}$

  Entre 420 s et 430 s, la force de frottement due à l'air est donc opposée au poids.

2.1.



2.2. $\vec{v}_G = \dfrac{d\overrightarrow{OG_P}}{dt}$

2.3.

- $v = \| \vec{v}_G \| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

  Or ici, le mouvement est vertical, donc $v_x = v_y = 0$ m.s^{-1}

  Ainsi, $v = \sqrt{v_z^2} = | v_z |$

  Le vecteur vitesse étant dirigé dans le sens des z décroissants, $v_z < 0$.

  Finalement, on obtient ici : $v = -v_z = -\dfrac{dz}{dt}$

- Étudions la cohérence de la relation, au niveau du signe.

  Au cours de la descente, z diminue $\Rightarrow \dfrac{dz}{dt} < 0 \Rightarrow -\dfrac{dz}{dt} > 0$, comme la vitesse v.

- Entre 421 s et 430 s, la courbe $z = f(t)$ peut être modélisée par une fonction affine :
  $z = a \times t + b$, où a est le coefficient directeur de la droite (< 0)

  $\Rightarrow \dfrac{dz}{dt} = a$ (constante)

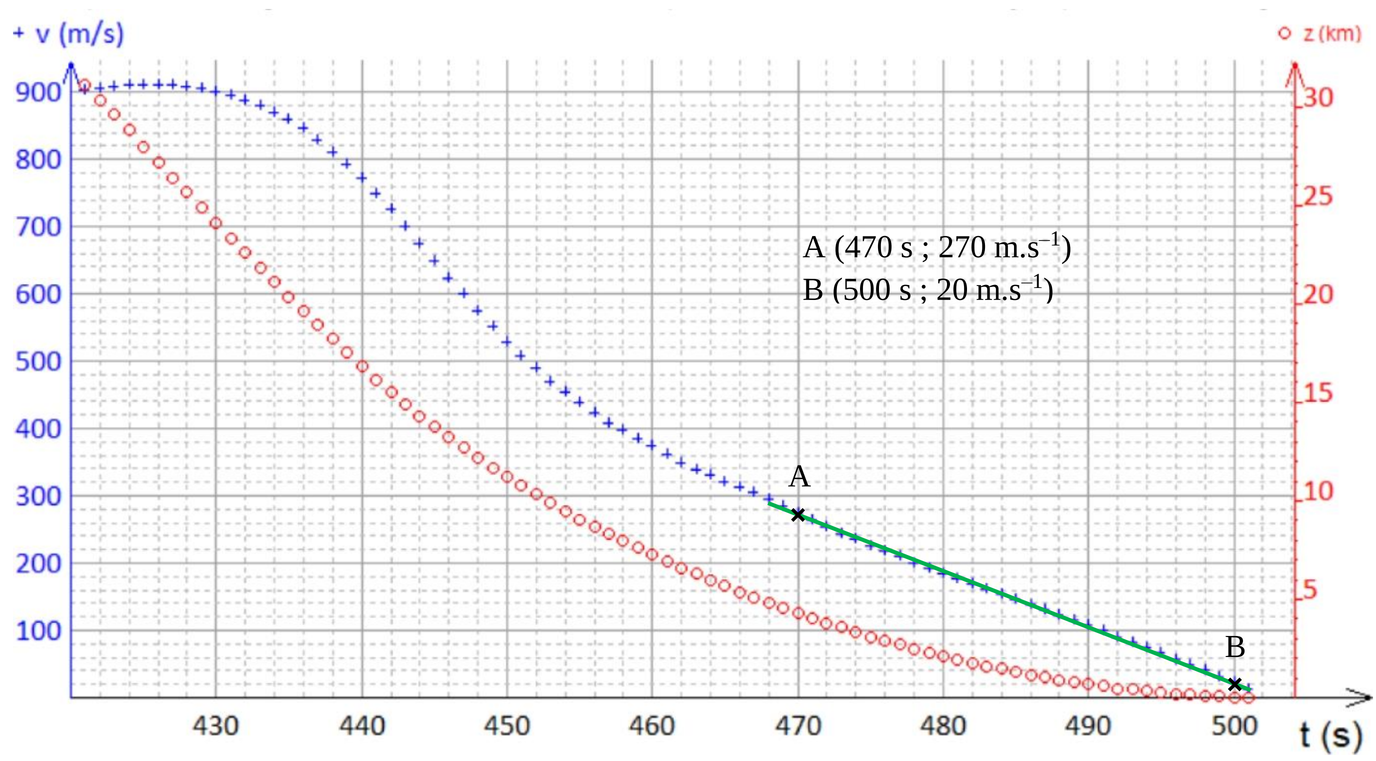
  $\Rightarrow v = -\dfrac{dz}{dt}$ est constante

  C'est cohérent avec la courbe $v = f(t)$ fournie, qui est approximativement constante entre 421 s et 430 s.

3. $a_G = \| \vec{a}_G \| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{a_z^2} = | a_z | = \left| \dfrac{dv_z}{dt} \right| = \left| -\dfrac{dv_z}{dt} \right| = \left| \dfrac{d(-v_z)}{dt} \right| = \left| \dfrac{dv}{dt} \right|$

La valeur de l'accélération à un instant donné correspond donc à la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente à la courbe $v = f(t)$ au point considéré.
Comme pour $t > 467$ s, cette courbe peut être considéée, en 1$^{\text{ère}}$ approximation, comme un segment de droite, la tangente à la courbe est alors confondue avec ce segment de droite.
On en déduit que la valeur de l'accélération pour $t > 467$ s correspond à la valeur absolue du coefficient directeur de ce segment de droite.

$$\Rightarrow a = \left| \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \right| = \left| \frac{20 - 270}{500 - 470} \right| = 8{,}3 \text{ m.s}^{-2}$$

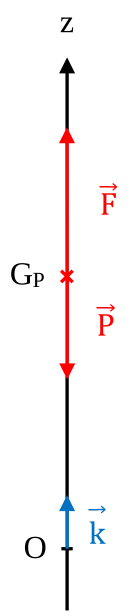


4.1. bilan des forces extérieures appliquées au système :

$\vec{P}$ son poids

$\vec{F}$ la force de poussée exercée sur le propulseur par le moteur Merlin en marche

On néglige dans cette partie l'action de l'air.



4.2. D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$

car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_G$

Projetons cette relation sur l'axe (Oz) :

$P_z + F_z = m\,a_z$

On obtient :

$-\,mg + F = ma$ (car $\vec{F}$ et $\vec{a}_G$ sont orientés dans le sens des z croissants, et $\vec{P}$ dans l'autre)

$\Rightarrow$ $F = ma + mg = m\,(a + g) = 25{,}3\times10^3 \times (8{,}3 + 9{,}81) = 4{,}6\times10^5$ N $= 4{,}6\times10^2$ kN

La poussée maximale d'un moteur Merlin étant de 845 kN, cela correspond à :

$$\frac{4{,}6\times10^2}{845} = 0{,}54 = 54\ \%$$ de la poussée maximale

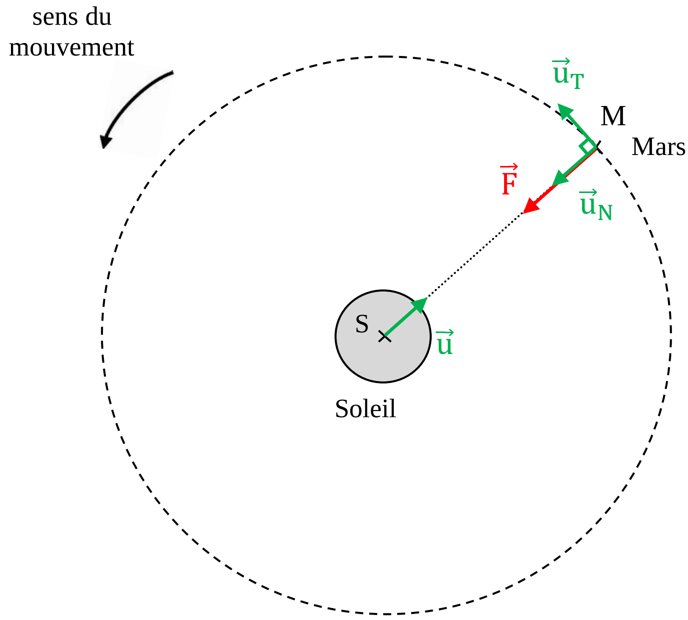
C'est cohérent avec l'énoncé, qui indique que "*la poussée de chaque moteur Merlin peut être modulée entre 50 % et 100 % de la poussée maximale*".

B. Le mouvement de la planète Mars

1.

- système : {Mars}
  référentiel : héliocentrique, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  force gravitationnelle exercée par le Soleil sur Mars : $\vec{F}_{S/M} = -\dfrac{GM_SM_M}{d_{MS}^2}\,\vec{u}$
  On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres.



$\vec{u}_N = -\,\vec{u}$

On note M le centre de masse de Mars.

2. D'après la $2^{\text{ème}}$ loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = M_M \, \vec{a}_M$

car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{S/M} = M_M \, \vec{a}_M \quad \Rightarrow \quad M_M \, \vec{a}_M = -\frac{GM_S M_M}{d_{MS}^2} \, \vec{u}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}_M = -\frac{GM_S}{d_{MS}^2} \, \vec{u}$$

3.1. et 3.2.

Comme $\vec{u}_N = -\vec{u}$, on obtient : $\vec{a}_M = \dfrac{GM_S}{d_{MS}^2} \, \vec{u}_N$

Or dans le cas d'un point ayant un mouvement circulaire de rayon d_{MS}, $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt} \, \vec{u}_T + \dfrac{v^2}{d_{MS}} \, \vec{u}_N$

Par identification, on obtient :

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = 0 & \textit{(1)} \\[2ex] \dfrac{v^2}{d_{MS}} = \dfrac{GM_S}{d_{MS}^2} & \textit{(2)} \end{cases}$$

D'après l'équation (1), $\dfrac{dv}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad v = cte$: le mouvement de M est uniforme

D'après l'équation (2), $\dfrac{v^2}{d_{MS}} = \dfrac{GM_S}{d_{MS}^2}$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{GM_S}{d_{MS}}$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_S}{d_{MS}}} = \sqrt{\frac{6,67\times10^{-11}\times1,99\times10^{30}}{2,28\times10^{8}\times10^{3}}} = 2,41\times10^4 \text{ m.s}^{-1}$$

4. La période de révolution T_M de Mars autour du Soleil est la durée qu'il faut pour qu'il effectue 1 tour sur sa trajectoire autour de la Lune.

M parcourt, à vitesse constante, la distance $\ell = 2\pi d_{MS}$ pendant une durée $\Delta t = T_M$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2\pi d_{MS}}{T_M}$$

$$\Rightarrow \quad T_M = \frac{2\pi d_{MS}}{v} = \frac{2\pi d_{MS}}{\sqrt{\dfrac{GM_S}{d_{MS}}}}$$

$$\Rightarrow \quad T_M = 2\pi\sqrt{\frac{d_{MS}^3}{GM_S}} = 2\pi\sqrt{\frac{(2,28\times10^{8}\times10^{3})^3}{6,67\times10^{-11}\times1,99\times10^{30}}} = 5,94\times10^7 \text{ s} = 687 \text{ jours}$$

La valeur obtenue est bien voisine de 690 jours.

C. Davantage de carburant dans un même volume

1. Le refroidissement du LOX

1.1. Le transfert d'énergie a lieu du corps le plus chaud vers le corps le plus froid, donc du LOX vers le diazote liquide.
Ce transfert d'énergie va entraîner une augmentation de la température du diazote. Si la température du diazote atteignait 77 K, il y aurait ébullition du diazote.

1.2. système : {LOX}
D'après le 1er principe de la thermodynamique, $\Delta E_m + \Delta U = W + Q$
Or ici, $\Delta E_m = 0$ J
$W = 0$ J
$\Delta U = Mc\,\Delta T$

On obtient donc : $Q = Mc\,\Delta T = 287{,}4\times10^3 \times 1659 \times (-10) = -4{,}8\times10^9$ J
Le LOX cède donc E = 4,8 GJ au diazote liquide lors de cette opération.

2. système : {LOX}
D'après le 1er principe de la thermodynamique, $\Delta E_m + \Delta U = W + Q$
Or ici, $\Delta E_m = 0$ J et $W = 0$ J
On obtient donc : $\Delta U = Q$

De plus, $\Delta U = mc\Delta T$ et $Q = P \times \Delta t = h\,S\,(\theta_e - \theta) \times \Delta t$

$\Rightarrow \quad mc\Delta T = h\,S\,(T_{air} - T) \times \Delta t$

$$\Rightarrow \quad mc\,\frac{\Delta T}{\Delta t} = h\,S\,(T_{air} - T)$$

Faisons tendre Δt vers 0.

$\lim\limits_{\Delta t\to 0} \dfrac{\Delta T}{\Delta t} = \dfrac{dT}{dt}$, donc on obtient : $\quad mc\,\dfrac{dT}{dt} = h\,S\,(T_{air} - T)$

3.

- On en déduit que :

$$\Rightarrow \quad \frac{dT}{dt} = \frac{hS}{mc}\,(T_{air} - T)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dT}{dt} = \frac{hS}{mc} \times T_{air} - \frac{hS}{mc} \times T$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dT}{dt} + \frac{hS}{mc} \times T = \frac{hS}{mc} \times T_{air}$$

- solution de l'équation différentielle
  - ✓ solution générale de l'équation homogène (sans second membre) :

$$T_h = \lambda\, e^{-\frac{hS}{mc}\times t}$$

- ✓ solution particulière de l'équation complète (avec second membre) :
  Le second membre est une constante, donc on cherche une solution particulière constante T_p .

  T_p est solution de l'équation différentielle $\Rightarrow \dfrac{dT_p}{dt} + \dfrac{hS}{mc} \times T_p = \dfrac{hS}{mc} \times T_{air}$

  Or T_p est constante $\Rightarrow \dfrac{dT_p}{dt} = 0$

  On obtient donc : $\dfrac{hS}{mc} \times T_p = \dfrac{hS}{mc} \times T_{air}$

  $\Rightarrow T_p = T_{air}$

- ✓ La solution générale de l'équation complète (avec second membre) est donc :
  $T = T_h + T_p$

  $\Rightarrow T = \lambda\, e^{-\frac{hS}{mc}\times t} + T_{air}$

- ✓ Déterminons λ en utilisant la condition initiale : à $t = 0$ s, $T = T_i$

  $$\left.\begin{array}{l} T\,(t = 0s) = \lambda\, e^{-\frac{hS}{mc}\times 0} + T_{air} = \lambda + T_{air} \\ T\,(t = 0s) = T_i \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda + T_{air} = T_i \quad \Rightarrow \lambda = T_i - T_{air}$$

  Finalement, $T = (T_i - T_{air}) \times e^{-\frac{hS}{mc}\times t} + T_{air}$

<u>Remarque</u> :

$\tau = \dfrac{mc}{hS}$ est appelé temps caractéristique de l'évolution de la température du système.

Il correspond à la durée au bout de laquelle l'écart entre la température du LOX et celle de l'air n'est plus que de 37% de sa valeur initiale.

4.1. D'après la loi phénoménologique de Newton, la puissance thermique conducto-convective est :
$P = h\,S\,(T_{air} - T)$
$\Rightarrow$ si h augmente (tous les autres paramètres restant constants), la puissance du transfert thermique vers le LOX augmente, donc sa température augmentera plus vite.
La courbe A correspond ainsi à $h_2 = 60$ W.K^{-1}.m^{-2} , et la courbe B à $h_1 = 1{,}0$ W.K^{-1}.m^{-2}

4.2. Il serait préférable que ce soit la courbe B qui corresponde à la réalité : l'augmentation de 10°C n'aurait alors lieu qu'au bout d'environ 24 h (alors que ce serait au bout de moins d'une demi-heure pour la courbe A).

5. D'après la question 2, $mc\,\dfrac{dT}{dt} = h\,S\,(T_{air} - T)$, donc $\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{hS}{mc}\,(T_{air} - T)$

De plus, $T = (T_i - T_{air}) \times e^{-\frac{hS}{mc}\times t} + T_{air} \Rightarrow \lim_{t\to+\infty} T(t) = T_{air} \Rightarrow T_{air} = 290$ K d'après la courbe A du graphique de la question 4.

Notons T_1 la température obtenue au bout du réchauffement de 10 K.
La variation relative de $\frac{dT}{dt}$ au cours des 10 premiers degrés de réchauffement vaudra donc, pour h, S, m et c fixés :

$$e_R = \left| \frac{\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t_1} - \left(\frac{dT}{dt}\right)_{t_0}}{\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t_0}} \right| = \left| \frac{\frac{hS}{mc}(T_{air} - T_1) - \frac{hS}{mc}(T_{air} - T_i)}{\frac{hS}{mc}(T_{air} - T_i)} \right| = \left| \frac{T_i - T_1}{T_{air} - T_i} \right|$$

c'est-à-dire :

$$e_R = \left| \frac{-10}{290 - 66} \right| = 0{,}045 = 4{,}5\ \%$$

Cette variation relative étant faible, on peut considérer, en 1ère approximation, que pendant les 10 premiers degrés de réchauffement, $\frac{dT}{dt}$ reste pratiquement constant.