L'installation de l'Homme sur la Lune
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Polynésie - mars 2021)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

A. Étude d'un satellite de télécommunication
Analogie avec les satellites terrestres

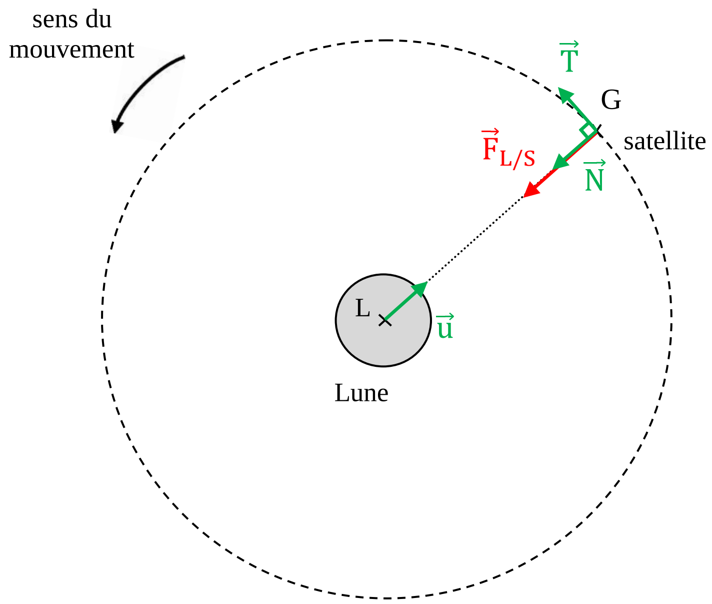
1. Un satellite lunostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel lunaire.

Pour qu'un satellite soit lunostationnaire, il faut donc :
- que sa période de révolution autour de la Lune soit égale à la période de rotation de la Lune sur elle-même)
- qu'il tourne autour de la Lune dans le même sens que celui de la rotation de la Lune sur elle-même
- que son orbite appartienne au plan équatorial

2. et 3.

- système : {satellite}
  référentiel : sélénocentrique, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  force gravitationnelle exercée par la Lune sur le satellite : $\vec{F}_{L/S} = -\dfrac{G M_S M_L}{d_{LS}^2}\,\vec{u}$
  On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres.



$$\vec{N} = -\vec{u}$$

Description du mouvement du satellite

4. D'après la $2^{ème}$ loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = M_S\, \vec{a}_G$

car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{L/S} = M_S\, \vec{a}_G \quad \Rightarrow \quad M_S\, \vec{a}_G = -\frac{GM_SM_L}{d_{LS}^2}\, \vec{u}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}_G = -\frac{GM_L}{d_{LS}^2}\, \vec{u}$$

5. voir schéma page précédente

6. Dans le cas d'un point G ayant un mouvement circulaire de rayon d_{LS}, $\vec{a}_G = \frac{dv}{dt}\,\vec{T} + \frac{v^2}{d_{LS}}\,\vec{N}$

Les coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Frenet $(G, \vec{T}, \vec{N})$ sont donc :

$$\vec{a}_S \left| \begin{array}{l} a_t = \dfrac{dv}{dt} \\[2ex] a_n = \dfrac{v^2}{d_{LS}} \end{array} \right.$$

7. Comme $\vec{N} = -\vec{u}$, le résultat de la question 4 devient : $\vec{a}_G = \frac{GM_L}{d_{LS}^2}\,\vec{N}$

8. Par identification, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{dv}{dt} = 0 & \textit{(1)} \\[2ex] \dfrac{v^2}{d_{LS}} = \dfrac{GM_L}{d_{LS}^2} & \textit{(2)} \end{array} \right.$$

D'après l'équation (1), $\frac{dv}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad v = cte$: le mouvement est uniforme

D'après l'équation (2) $\frac{v^2}{d_{LS}} = \frac{GM_L}{d_{LS}^2}$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{GM_L}{d_{LS}}$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_L}{d_{LS}}}$$

8.

- Calculons la période de révolution $T_{rév}$ du satellite autour de la Lune.

  C'est la durée qu'il faut pour qu'il effectue 1 tour sur sa trajectoire autour de la Lune.
  G parcourt, à vitesse constante, la distance $\ell = 2\pi d_{LS}$ pendant une durée $\Delta t = T_{rév}$

$$\Rightarrow\ v = \frac{\ell}{T_{rév}} = \frac{2\pi d_{LS}}{T_{rév}}$$

$$\Rightarrow\ T_{rév} = \frac{2\pi d_{LS}}{v} = \frac{2\pi d_{LS}}{\sqrt{\frac{GM_L}{d_{LS}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{d_{LS}^3}{GM_L}}$$

- Une des conditions (voir question 1) pour que le satellite soit lunostationnaire est que sa période de révolution autour de la Lune $T_{rév}$ soit égale à la période de rotation T_{rot} de la Lune sur elle-même.

$$\Rightarrow\ \text{que}\ 2\pi\sqrt{\frac{d_{LS}^3}{GM_L}} = T_{rot}$$

$$\Rightarrow\ \text{que}\ \frac{4\pi^2 d_{LS}^3}{GM_L} = T_{rot}^2$$

$$\Rightarrow\ \text{que}\ d_{LS}^3 = \frac{GM_L T_{rot}^2}{4\pi^2}$$

$$\Rightarrow\ d_{LS} = \sqrt[3]{\frac{GM_L T_{rot}^2}{4\pi^2}}$$

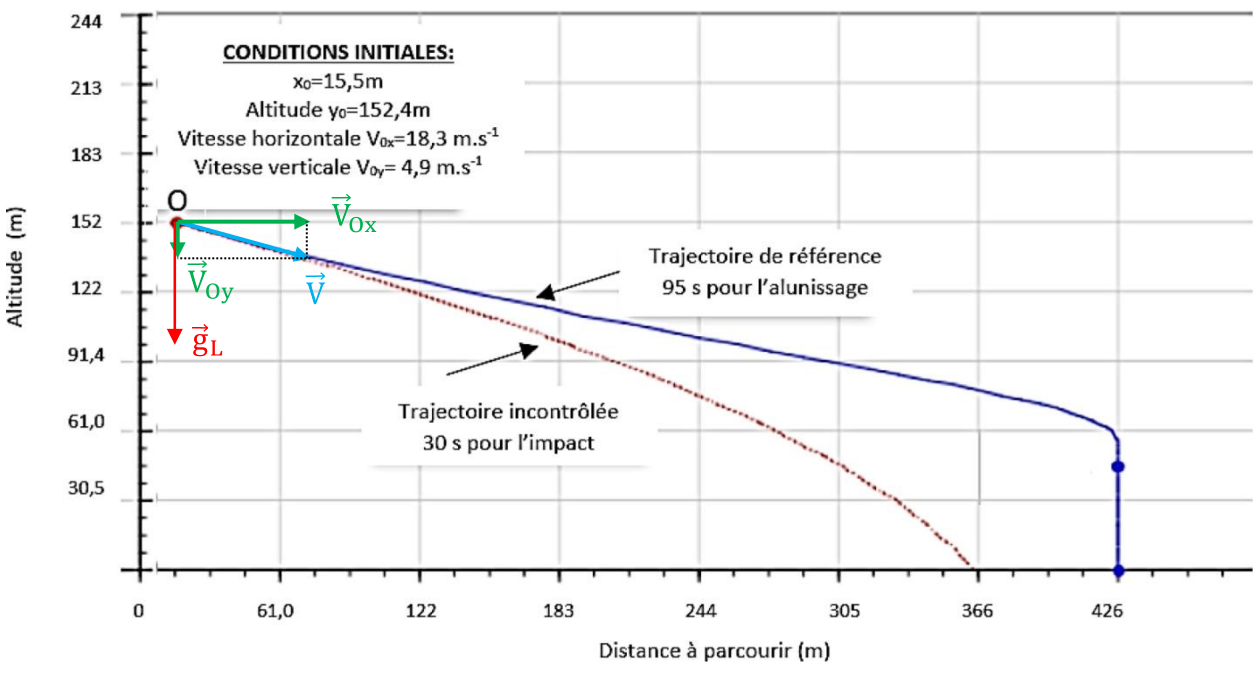
Comme $d_{LS} = R_L + H$, on en déduit qu'il faut que le satellite soit à une altitude :

$$H = \sqrt[3]{\frac{GM_L T_{rot}^2}{4\pi^2}} - R_L = \sqrt[3]{\frac{6,67\times10^{-11}\times7,34\times10^{22}\times(27,3\times24\times60\times60)^2}{4\pi^2}} - 1,74\times10^6$$

c'est-à-dire : $H = 8,66\times10^7$ m

B. Alunissage

10.



12. Calculons l'instant t_P pour arriver à l'abscisse x_P = 365 m (pour laquelle l'alunisseur touche le sol dans le cas de la trajectoire incontrôlée) <u>s'il était en chute libre</u>.

$x_P = V_{Ox}\, t_P + x_0$

$$\Rightarrow \quad t_P = \frac{x_P - x_0}{V_{Ox}} = \frac{365-15}{18,3} = 19,1 \text{ s}$$

Or la durée de la chute dans le cas de la trajectoire incontrôlée est différente : 30 s.
On en déduit que l'alunisseur n'est pas en chute libre dans sa trajectoire incontrôlée.