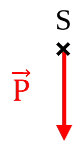
Saut à l'élastique
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Métropole - juin 2021)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1.

- système : {personne et son équipement}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  On néglige l'action de l'air.



- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_S$
  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

  $\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_S$

  $\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_S$

  $\Rightarrow \vec{a}_S = \vec{g}$

- $\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} a_x \\ a_z \end{array} \right. = \vec{g} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_G \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{array} \right.$

2.

- $a_z = \dfrac{dv_z}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_z = -gt + C_1$, où C_1 est une constante

  Or $v_z(t=0) = C_1$ et $v_z(t=0) = -v_0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = -v_0$

  Ainsi, $v_z = -gt - v_0$

- $v_z = \dfrac{dz}{dt} \quad \Rightarrow \quad z = -\dfrac{1}{2}gt^2 - v_0\,t + C_2$, où C_2 est une constante

  Or $z(t=0) = C_2$ et $z(t=0) = H \quad \Rightarrow \quad C_2 = H$

  Finalement, $z = -\dfrac{1}{2}gt^2 - v_0\,t + H$

3. On a trouvé à la question précédente que : $z = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0\,t + H$

C'est une équation du 2nd degré du même type que celle fournie : $z = -4{,}90\,t^2 - 1{,}10\,t + 49{,}8$

$-\frac{1}{2}g = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 = -4{,}90\ \text{m.s}^{-2}$: le coefficient du terme du second degré correspond.

D'après l'énoncé, H vaut environ 50 m, donc la valeur obtenue (49,8 m) convient.

C'est donc en accord si $v_0 = 1{,}10\ \text{m.s}^{-1}$, soit $4{,}0\ \text{km.h}^{-1}$, ce qui tout à fait possible.

La modélisation des résultats expérimentaux est donc cohérente avec l'expression obtennue à la question 2.

4. L'élastique commence à se tendre quand la distance de chute est supérieure à la longueur de l'élastique non étiré, donc si $z < H - L_0$

L'instant t_1 où il commence à s'étirer est donc tel que $z(t_1) = H - L_0$

$\Rightarrow\ -\frac{1}{2}g\,t_1^2 - v_0\,t_1 + H = H - L_0$

$\Rightarrow\ -\frac{1}{2}g\,t_1^2 - v_0\,t_1 = -L_0$

$\Rightarrow\ -\frac{1}{2}g\,t_1^2 - v_0\,t_1 + L_0 = 0$

$\Rightarrow\ -4{,}90\,t_1^2 - 1{,}10\,t_1 + 8{,}0 = 0$

$\Rightarrow\ t_1 = -1{,}39\ \text{s}$ ou $t_1 = 1{,}17\ \text{s}$

impossible car l'élastique ne peut s'étirer avant le début du saut

On en déduit que l'élastique commence à se tendre à l'instant $t_1 = 1{,}17$ s.

5. $v(t_1) = \sqrt{v_z^2(t_1)} = |v_z(t_1)| = |-g t_1 - v_0| = |-9{,}81 \times 1{,}17 - 1{,}10| = 12{,}6\ \text{m.s}^{-1}$

6.1. $E_m = E_c + E_p$

Au début du saut (entre t = 0 s et $t_1 = 1{,}17$ s), la seule forme d'énergie potentielle intervenant est l'énergie potentielle de pesanteur, donc dans cet intervalle de temps, $E_p = E_{pp}$, et donc $E_m = E_c + E_{pp}$

Ainsi, la courbe A correspond à l'énergie mécanique E_m

De plus, au début de la chute :

- la vitesse augmente $\Rightarrow$ l'énergie cinétique E_c augmente $\Rightarrow$ E_c correspond à la courbe C
- l'altitude du centre de masse du système diminue $\Rightarrow$ E_{pp} diminue $\Rightarrow$ E_{pp} correspond à la courbe B

6.2. Une fois la 1ère phase terminée, une nouvelle force intervient : la force exercée par l'élastique sur le système.

Il faudrait donc des informations sur cette force pour tracer la suite de la courbe A.

6.3.

- Notons L la longueur de l'élastique.
  Son étirement ΔL doit être inférieur ou égal à $4\ L_0 \;\Rightarrow\; L - L_0 \leqslant 4\ L_0 \;\Rightarrow\; L \leqslant 5\ L_0$
  Le sauteur doit donc parcourir une distance maximale inférieure à $d_{sécurité} = 5\times8{,}0 = 40{,}0$ m

- D'après la figure 1, l'énergie potentielle de pesanteur minimale vaut : $E_{pp,min} = 22500$ J
  $E_{pp,min} = mgz_{min}$, donc cela correspond à une altitude $h_{min} = \dfrac{E_{pp,min}}{mg} = \dfrac{22500}{80\times9,81} = 28{,}7$ m
  La distance maximale parcourue par le sauteur est donc $d_{max} = H - h_{min} = 49{,}8 - 28{,}7 = 21{,}1$ m
  Cette distance (21,1 m) est inférieure à la distance de sécurité (40,0 m), donc cette condition de sécurité est respectée.