Correction des questions A.1 à A.7 de l'exercice
"La mission GRACE-FO"
(Bac Spécialité Physique-Chimie - Amérique du Nord - mai 2021)

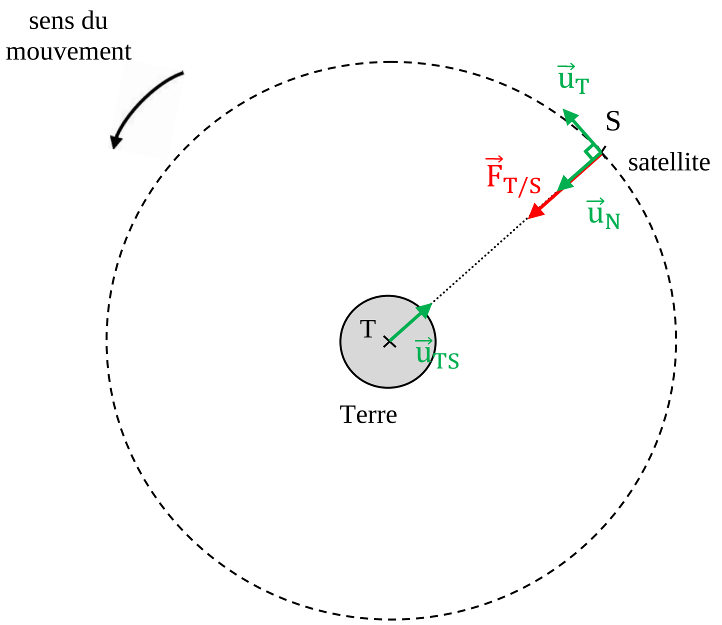
Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

<u>Remarque</u> : modification de notations par rapport à l'énoncé initial :
Dans le corrigé suivant,
- les vecteurs unitaires du repère de Frenet sont notés $\vec{u}_T$ et $\vec{u}_N$
- le champ gravitationnel est noté $\vec{\mathscr{G}}$

<u>A. Caractéristiques de l'orbite</u>

système : {satellite}
référentiel : géocentrique, considéré galiléen

1.



$\vec{u}_N = -\,\vec{u}_{TS}$
$TS = r = R_T + z$

2. $\vec{F}_{T/S} = -\dfrac{GM_T m}{r^2}\,\vec{u}_{TS} = -\dfrac{GM_T m}{(R_T + z)^2}\,\vec{u}_{TS}$

3. $\overrightarrow{\mathscr{G}} = \dfrac{\vec{F}_{T/S}}{m} = -\dfrac{GM_T}{(R_T+z)^2}\ \vec{u}_{TS}$

4.

- bilan des forces extérieures appliquées au système :

  force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite : $\vec{F}_{T/S} = -\dfrac{GM_T m}{(R_T+z)^2}\ \vec{u}_{TS}$

  On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres

- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma\,\vec{F}_{ext} = m\ \vec{a}_S$

  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

  $\Rightarrow\ \vec{F}_{T/S} = m\ \vec{a}_S \ \Rightarrow\ m\ \vec{a}_S = -\dfrac{GM_T m}{(R_T+z)^2}\ \vec{u}_{TS}$

  $\Rightarrow\ \vec{a}_S = -\dfrac{GM_T}{(R_T+z)^2}\ \vec{u}_{TS}$

5. et 6.

- Comme $\vec{u}_N = -\vec{u}_{TS}$, on obtient : $\vec{a}_S = \dfrac{GM_T}{(R_T+z)^2}\ \vec{u}_N$

  c'est-à-dire : $\vec{a}_S = 0\ \vec{u}_T + \dfrac{GM_T}{(R_T+z)^2}\ \vec{u}_N$

- Or dans le cas d'un point ayant un mouvement circulaire de rayon (R_T + z), $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\ \vec{u}_T + \dfrac{v^2}{R_T+z}\ \vec{u}_N$

  Par identification, on obtient :

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = 0 & \textit{(1)} \\[2ex] \dfrac{v^2}{R_T+z} = \dfrac{GM_T}{(R_T+z)^2} & \textit{(2)} \end{cases}$$

  D'après l'équation (1), $\dfrac{dv}{dt} = 0 \ \Rightarrow\ v = cte$: le mouvement est uniforme

  D'après l'équation (2), $\dfrac{v^2}{R_T+z} = \dfrac{GM_T}{(R_T+z)^2}$

  $\Rightarrow\ v^2 = \dfrac{GM_T}{R_T+z}$

  $\Rightarrow\ v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T+z}}$

7.

- La période de révolution T du satellite autour de la Terre est la durée qu'il faut pour qu'il effectue 1 tour sur sa trajectoire.

  S parcourt, à vitesse constante, la distance $\ell = 2\pi r = 2\pi\,(R_T + z)$ pendant une durée $\Delta t = T$

  $$\Rightarrow\ v = \frac{\ell}{T} = \frac{2\pi(R_T + z)}{T}$$

  $$\Rightarrow\ T = \frac{2\pi\ (R_T + z)}{v} = \frac{2\pi\ (R_T + z)}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T + z}}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + z)^3}{GM_T}}$$

  $$\Rightarrow\ T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + z)^3}{GM_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(6371\times10^3 + 490\times10^3)^3}{6,67\times10^{-11}\times5,98\times10^{24}}} = 5,65\times10^3\ \text{s} = 94\ \text{min}$$

- Calculons le nombre de révolutions effectuées chaque jour :

  $N = \dfrac{24\times60}{94} = 15,3$

  C'est en accord avec l'information de l'énoncé : "leur altitude leur permet de parcourir environ 15 fois leur orbite polaire par jour."