Le lancer de gerbe de paille
(Bac Spécialité Physique-Chimie – Amérique du Nord - mai 2021)

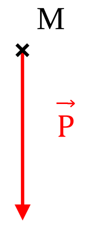
Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

A. Étude du lancer

1.

- système : {gerbe de paille, assimilée à un point matériel M}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  On néglige l'action de l'air



- D'après la 2ème loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_M$
  car le référentiel d'étude est considéré galiléen et la masse du système est constante.

  $\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_M$
  $\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_M$
  $\Rightarrow \vec{a}_M = \vec{g}$

- $\vec{a}_M \left| \begin{array}{l} a_x \\ a_y \end{array} \right. = \vec{g} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_M \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$

2.

- $\vec{a}_M = \dfrac{d\vec{v}_M}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_M \left| \begin{array}{l} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{array} \right.$

  Or $\vec{v}_M\,(t=0\text{ s}) \left| \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. = \vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} C_1 = v_0 \cos\alpha \\ C_2 = v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$

  Donc $\vec{v}_M\,(t) \left| \begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$

- $\vec{v}_M = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x = (v_0 \cos \alpha)\, t + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha)\, t + C_4 \end{array} \right.$

Or $\overrightarrow{OM}(t=0\ s) \left| \begin{array}{l} C_3 \\ C_4 \end{array} \right. = \overrightarrow{OM}_0 \left| \begin{array}{l} 0 \\ H \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_3 = 0 \\ C_4 = H \end{array} \right.$

Donc $\overrightarrow{OM}\ (t) \left| \begin{array}{l} x = (v_0 \cos \alpha)\, t \\ y = -\dfrac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha)\, t + H \end{array} \right.$

3. $x = (v_0 \cos \alpha).t \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0 \cos \alpha}$

$\Rightarrow y = -\dfrac{1}{2} g \dfrac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + (v_0 \sin \alpha) \times \dfrac{x}{v_0 \cos \alpha} + H$

L'équation de la trajectoire est donc : $y = -\dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)\, x + H$

4. La gerbe de paille franchira la barre horizontale si son ordonnée y au point d'abscisse $x_b = D = 2{,}0$ m est supérieure à H' = 4,50 m.

$y(x_b) = -\dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_b^2 + (\tan \alpha)\, x_b + H$

$\Rightarrow y(x_b) = -\dfrac{9{,}8}{2 \times 9{,}0^2 \times (\cos\ 80)^2} \times 2{,}0^2 + (\tan 80) \times 2{,}0 + 2{,}80 = 6{,}1$ m

Cette valeur est supérieure à H' = 4,50 m, donc la gerbe de paille franchira la barre horizontale.

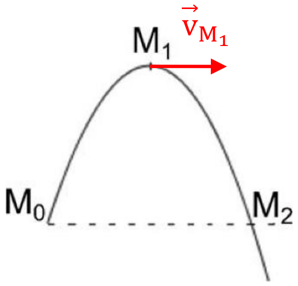
5. $E_c(M_0) = \dfrac{1}{2} m v_0^2 = \dfrac{1}{2} \times 7{,}257 \times 9{,}0^2 = 2{,}9 \times 10^2$ J

$E_{pp}(M_0) = mgy_0 = mgH = 7{,}257 \times 9{,}8 \times 2{,}80 = 2{,}0 \times 10^2$ J

6.

- Au cours du mouvement, on néglige l'action de l'air, donc le système n'est soumis qu'à son poids, qui est une force conservative.
  Il y a donc conservation de l'énergie mécanique : elle garde la même valeur au cours du mouvement.
  La proposition 1 est donc fausse.

- Au sommet de la trajectoire, le vecteur vitesse est non nul ($v_y = 0$, mais $v_x = v_0 \cos \alpha \neq 0$)



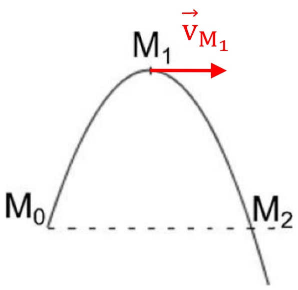
La valeur de la vitesse en M_1 n'étant pas nulle, l'énergie cinétique non plus.
La proposition 2 est donc fausse.

- Lors de ce mouvement, il y a conservation de l'énergie mécanique.
$\Rightarrow \quad E_m(M_2) = E_m(M_0)$
$\Rightarrow \quad E_c(M_2) + E_{pp}(M_2) = E_c(M_0) + E_{pp}(M_0)$
$\Rightarrow \quad E_c(M_2) + mgH = E_c(M_0) + mgH$
$\Rightarrow \quad E_c(M_2) = E_c(M_0)$
La proposition 3 est donc fausse.

7.

- Dans cette partie, on ne néglige plus les forces de frottement dues à l'air, qui sont des forces non conservatives.
Au cours du mouvement, la variation de l'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives : $\Delta E_m = W(\vec{f}) < 0$
Il y a donc une diminution de l'énergie mécanique au cours du mouvement. Elle est ainsi maximale en M_0 .
La proposition 1 est donc vraie.

- Au sommet de la trajectoire, le vecteur vitesse est non nul ($v_y = 0$, mais $v_x \neq 0$)



La valeur de la vitesse en M_1 n'étant pas nulle, l'énergie cinétique non plus.
La proposition 2 est donc fausse.

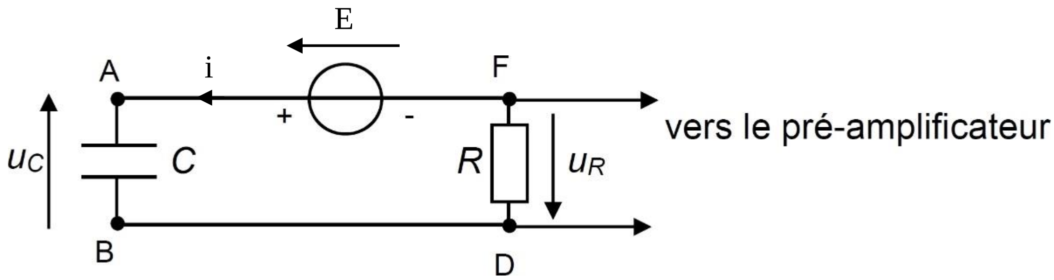
- Lors de ce mouvement, il y a diminution de l'énergie mécanique :
$E_m(M_2) < E_m(M_0)$
$\Rightarrow \quad E_c(M_2) + E_{pp}(M_2) < E_c(M_0) + E_{pp}(M_0)$

$\Rightarrow \quad E_c(M_2) + mgH < E_c(M_0) + mgH$

$\Rightarrow \quad E_c(M_2) < E_c(M_0)$

La proposition 3 est donc vraie.

B. Le microphone de l'animateur



1. D'après la loi des mailles, $E = u_R + u_c$

2. De plus, d'après la loi d'Ohm, $u_R = Ri \;\Rightarrow\; E = Ri + u_c$

Or $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d(Cu_c)}{dt} = C\,\dfrac{du_c}{dt}$

On obtient donc : $E = RC\,\dfrac{du_c}{dt} + u_c$

3.

- Quand t tend vers $+\infty$, $e^{\frac{t}{RC}}$ tend vers $+\infty$, donc $E\,(1 - e^{\frac{t}{RC}})$ tend vers $-\infty$
  Or sur le graphique, quand t tend vers $+\infty$, u_c tend vers $E = 48$ V.
  La fonction 1 n'est donc pas la bonne.

- Quand $t = 0$ s, $E\,e^{-\frac{t}{RC}} = E$
  Or sur le graphique, $u_c\,(t = 0 \text{ s}) = 0$ V
  La fonction 2 n'est donc pas la bonne non plus.

- Comme il est indiqué dans l'énoncé que u_c est modélisé par une des 3 fonctions, par élimination, on en déduit que c'est la fonction 3 qui est la bonne : $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$.

4. Pour vérifier si cette fonction est solution de l'équation différentielle obtenue à la question 2, calculons $RC\,\dfrac{du_c}{dt} + u_c$.

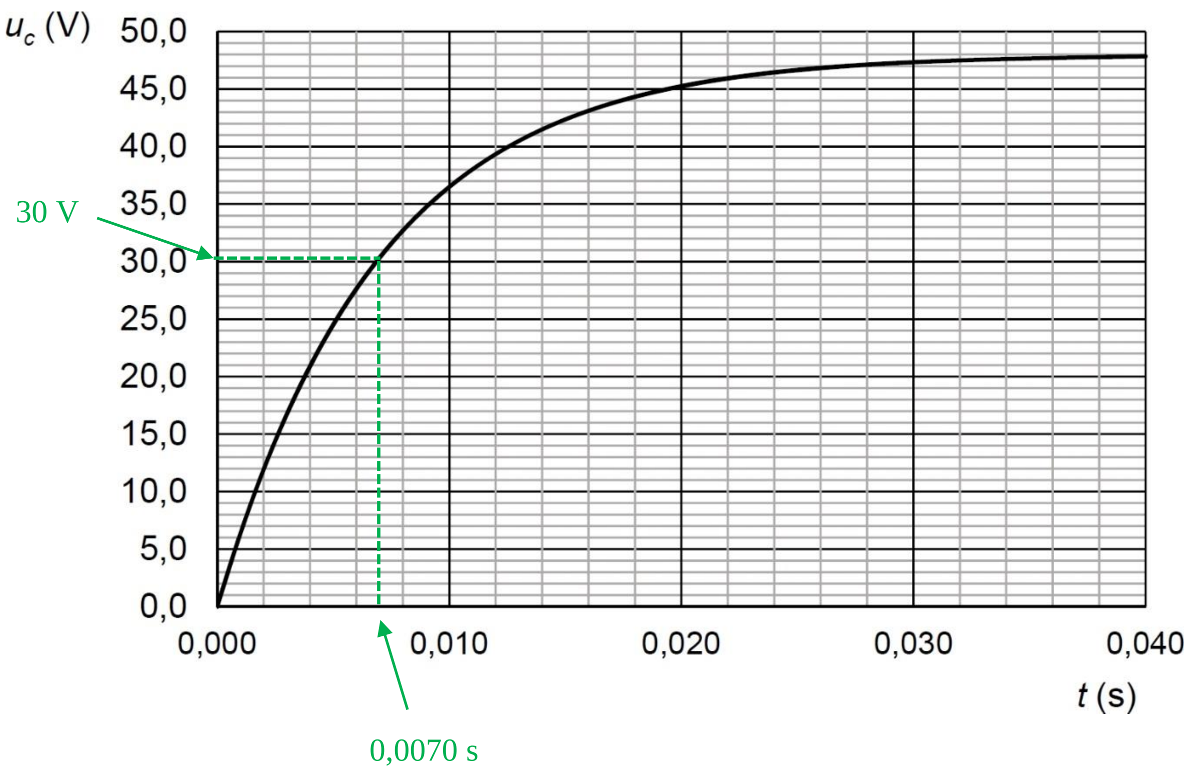
$$RC\,\frac{du_c}{dt} + u_c = RC \times E \times \frac{1}{RC}\,e^{-\frac{t}{RC}} + E\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = E\,e^{-\frac{t}{RC}} + E - E\,e^{-\frac{t}{RC}} = E$$

La fonction $u_c = E\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est donc bien solution de l'équation différentielle : $RC\,\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E$

5.

- Commençons par déterminer le temps caractéristique $\tau = RC$ à l'aide du graphique $u_C = f(t)$:

  $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}\right) = E\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63 \times E = 0{,}63 \times 48 = 30$ V



Graphiquement, on obtient : $\tau = 0{,}0070$ s $= 7{,}0$ ms

- On peut ainsi calculer la capacité du condensateur :

  $\tau = RC \Rightarrow C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{7{,}0 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{6}} = 7{,}0 \times 10^{-11}$ F $= 7{,}0 \times 10^{1}$ pF

- Reste à en déduire la distance entre les 2 armatures du condensateur :

  $C = \varepsilon \times \dfrac{S}{d}$

  $\Rightarrow d = \dfrac{\varepsilon\, S}{C} = \dfrac{1{,}4 \times 10^{-15}}{7{,}0 \times 10^{-11}} = 2{,}0 \times 10^{-5}$ m $= 2{,}0 \times 10^{1}$ µm

  Cette valeur est bien comprise entre 15 et 25 µm, comme indiqué dans le texte d'introduction.

6. $C = \varepsilon \times \dfrac{S}{d}$ donc pour $\varepsilon\, S$ constant, si la distance d entre les deux armatures diminue, alors la capacité C du condensateur augmente.

C. L'enceinte

1. $L_1 = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{3,2\times10^{-3}}{1,0\times10^{-12}}\right) = 95$ dB

2. D'après le tableau , la législation européenne indique que la durée limite d'exposition doit être de 15 min/jour à ce niveau sonore.
L'animateur, tout comme le public ne doivent donc pas rester plus longtemps à 1 m de cette enceinte.
Cette durée étant très courte, il serait donc logique que l'accès soit interdit aussi près de l'enceinte.

3. $I_1 = \frac{P}{4\pi d_1^2} \Rightarrow P = 4\pi d_1^2 \times I_1 = 4\pi \times 1,0^2 \times 3,2\times10^{-3} = 4,0\times10^{-2}$ W

4. Le niveau d'intensité sonore L_2 fixé par les organisateurs pour la manifestation de 2h est :

$L_2 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2,0\times10^{-4}}{1,0\times10^{-12}}\right) = 83$ dB

Cette valeur est inférieure au niveau d'intensité sonore maximal défini par la législation pour une durée de 2h/jour, donc les organisateurs respectent bien la législation.

5. Calculons l'intensité sonore I' à d' = 3,0 m de l'enceinte.

$I' = \frac{P}{4\pi d'^2} = \frac{4,0\times10^{-2}}{4\pi\times3,0^2} = 3,5\times10^{-4}\ W.m^{-2}$

Cette valeur est supérieure à celle souhaitée par les organisateurs, donc il faudrait augmenter la distance entre l'enceinte et les barrières de sécurité.