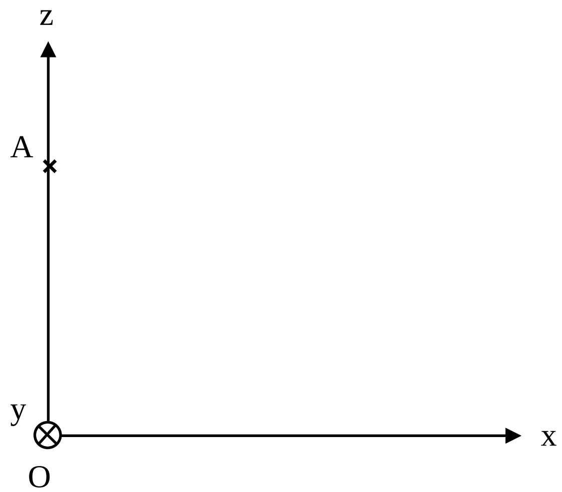
"Interférences avec des atomes froids"
(Bac S – Polynésie - juin 2017)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Chute de l'atome avec le modèle de Newton

On choisit le repère (Oxyz) suivant :



À $t = 0$ s, l'atome est en A.
O est le point situé à la verticale de A, dans le plan horizontal contenant la double fente (plan xOy).

1.1.

- système : {atome de néon}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids

- D'après la 2ème loi de Newton, dans un référentiel galiléen, $\Sigma \vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

  Or : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P}$

  et : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\,\vec{v})}{dt} = m\,\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\,\vec{a}$

  car m ne dépend pas de t

  $\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$
  $\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$
  $\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

- $\vec{a} \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix} = \vec{g} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{vmatrix}$

- $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} \begin{vmatrix} v_x = C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = -gt + C_3 \end{vmatrix}$

  Or $\vec{v}$ (t=0 s) $\begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{vmatrix} = \vec{v}_0 \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 0 \\ C_3 = 0 \end{cases}$

  Donc $\vec{v}(t) \begin{vmatrix} v_x = 0 \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt \end{vmatrix}$

  Le vecteur vitesse est donc vertical (direction (Oz)).

- $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} x = C_4 \\ y = C_5 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + C_6 \end{vmatrix}$

  Or $\overrightarrow{OM}$ (t = 0 s) $\begin{vmatrix} C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{vmatrix} = \overrightarrow{OA} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} C_4 = 0 \\ C_5 = 0 \\ C_6 = L \end{cases}$

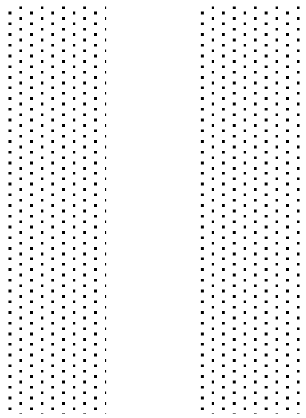
  Donc $\overrightarrow{OM}(t) \begin{vmatrix} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + L \end{vmatrix}$

- Déterminons l'instant t_1 où l'atome arrive à l'altitude de la double fente.
  $z(t_1) = 0$
  $\Rightarrow -\dfrac{1}{2}g\,t_1^2 + L = 0$
  $\Rightarrow \dfrac{1}{2}g\,t_1^2 = L$
  $\Rightarrow t_1 = \sqrt{\dfrac{2L}{g}}$

- On en déduit la valeur v_F de la vitesse de l'atome quand il arrive au niveau de la double fente.

$$v_F = v(t_1) = \sqrt{v_x(t_1)^2 + v_y(t_1)^2 + v_z(t_1)^2} = \sqrt{0^2 + 0^2 + (gt_1)^2} = gt_1 = g \times \sqrt{\frac{2L}{g}} = \sqrt{2gL}$$

1.2.



Dans le cadre de la mécanique de Newton, on observerait sur l'écran de détection 2 zones rectangulaires comportant des points (en face des fentes), et aucun point ailleurs.

2. Le modèle de de Broglie

2.1. Il y a un phénomène d'interférences. C'est donc le caractère ondulatoire de la matière qui est mis en évidence.

2.2. $p = m \times v_F$, avec $m \rightarrow$ en kg

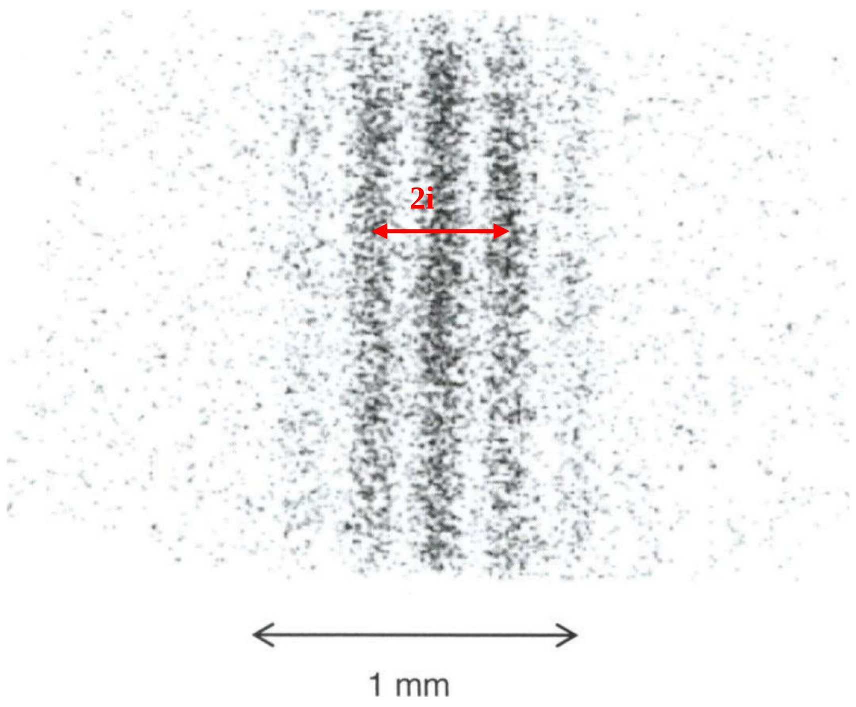
$v_F \rightarrow$ en $m.s^{-1}$

$p \rightarrow$ en $kg.m.s^{-1}$

2.3. $\lambda_{th} = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{mv_F} = \dfrac{6{,}63\times10^{-34}}{3{,}35\times10^{-26}\times1{,}2} = 1{,}6\times10^{-8}$ m.

Cela correspond à la valeur indiquée.

2.4.



	sur la photo	en réalité
échelle	4,3 cm	1 mm
2 interfranges	1,8 cm	2i = ?

On obtient : $2i = \frac{1,8 \times 1}{4,3} = 0,42$ mm

L'interfrange vaut donc : $i = \frac{0,42}{2} = 0,21$ mm

2.5. L'interfrange i est une longueur.

Or :

$\frac{\lambda D}{d}$ s'exprime en $\frac{m \times m}{m} = m$

$\frac{\lambda^2 d}{D}$ s'exprime en $\frac{m^2 \times m}{m} = m^2$, et non en m $\Rightarrow$ ce n'est pas la bonne

$\frac{d\,D}{\lambda^2}$ s'exprime en $\frac{m^2}{m^2}$, c'est-à-dire que c'est un nombre sans unité $\Rightarrow$ ce n'est pas la bonne

La bonne expression est, donc, par élimination, la 1ère : $i = \frac{\lambda D}{d}$

2.6. $i = \frac{\lambda_{exp} D}{d}$, donc $\lambda_{exp} = \frac{i \times d}{D} = \frac{0,21 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{-6}}{113 \times 10^{-3}} = 1,1 \times 10^{-8}$ m

2.7. Calculons l'écart relatif entre ces 2 valeurs :

$$e_R = \left| \frac{\lambda_{exp} - \lambda_{th}}{\lambda_{th}} \right| = \left| \frac{1,1 \times 10^{-8} - 1,6 \times 10^{-8}}{1,6 \times 10^{-8}} \right| = 0,33 = 33\ \%$$

Cet écart relatif est très important.
Même si la détermination de la valeur de l'interfrange n'est pas très précise, elle ne peut induire un tel écart relatif. Il y a donc une raison autre que les incertitudes de mesure à cet écart.

2.8.1. La gravitation continuant de s'exercer après les fentes, la quantité de mouvement associée aux atomes de néon va augmenter entre la double fente et l'écran.

2.8.2. $\lambda = \frac{h}{p}$

h étant une constante, si la quantité de mouvement p associée aux atomes de néon augmente entre la double fente et l'écran, la longueur d'onde associée λ va, quant à elle, diminuer.

2.8.3. Il aurait fallu la comparer à la longueur d'onde théorique associée aux atomes de néon au niveau de l'écran (et non à la longueur d'onde associée aux atomes de néon au niveau de la double fente).