Mission Apollo XIV
(Bac S – Afrique - juin 2017)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Mesure de la distance Terre-Lune

1.1. Pendant la durée T séparant l'émission de la réception, la lumière laser parcourt une distance $d = 2\,D_{TL}$ à la célérité c.

Ainsi, $c = \dfrac{2D_{TL}}{T}$, et on obtient : $T = \dfrac{2D_{TL}}{c} = \dfrac{2\times 3{,}84\times 10^{8}}{299792458} = 2{,}56$ s

Ce résultat est cohérent avec le texte, qui indique qu' *"on prévoit un intervalle T de quelques secondes entre l'émission d'une impulsion et la réception du signal de retour correspondant".*

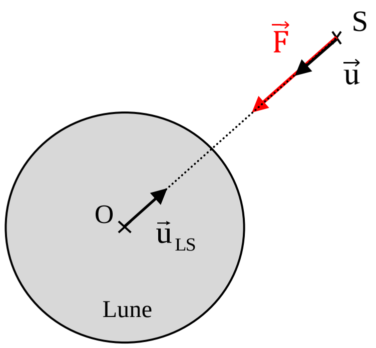
1.2. Pour obtenir une mesure de D_{TL} précise à 5 mm près au plus, l'incertitude relative sur la durée soit être au maximum de :

$$\frac{U(T)}{T} = \frac{U(D_{TL})}{D_{TL}} = \frac{5\times 10^{-3}}{3{,}84\times 10^{8}} = 1{,}3\times 10^{-11}$$

On en déduit qu'il faut utiliser une horloge atomique au césium (précision relative de 10^{-16}) ou une horloge optique (précision relative de 10^{-18}), mais pas une horloge à quartz (précision relative de 10^{-9}).

2. Golf lunaire

2.1.



$$\vec{u} = -\,\vec{u}_{LS}$$

La force gravitationnelle exercée par la Lune sur l'objet est :

$$\vec{F} = -\frac{GM_L m}{(R_L + h)^2}\,\vec{u}_{LS} = \frac{GM_L m}{(R_L + h)^2}\,\vec{u}$$

2.2.1. Supposons que le poids sur la Lune est égal à la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Lune.

On a alors : $\vec{P} = \vec{F}$

$$\Rightarrow \quad m\vec{g}_L = \frac{GM_L m}{(R_L + h)^2}\ \vec{u}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{g}_L = \frac{GM_L}{(R_L + h)^2}\ \vec{u}$$

2.2.2. La valeur du champ de pesanteur à la surface de la Lune est donc : $g_L = \dfrac{GM_L}{(R_L + h)^2}$

À la surface de la Lune, $h = 0$, donc :

$$g_L\ (h = 0) = \frac{GM_L}{R_L^{\ 2}} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\times7{,}33\times10^{22}}{(1{,}74\times10^3\times10^3)^2} = 1{,}61\ \text{N.kg}^{-1}$$

2.2.3. À la surface de la Terre, $g_T = 9{,}81\ \text{N.kg}^{-1}$

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{9{,}81}{1{,}61} = 6{,}1 \quad \text{donc} \quad g_T = 6{,}1 \times g_L$$

g_L est environ 6 fois plus faible que g_T . Alan Shepard parle donc de faible gravité, en comparaison avec celle à la surface de la Terre.

2.3.1. Déterminons, à l'aide de la 2ème de Newton, $\Sigma\ \vec{F}_{ext}$. Si on obtient $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \vec{P}$, cela signifiera que seul le poids (assimilé ici à la force d'interaction gravitationnelle) aura été pris en compte.

- Déterminons le vecteur vitesse, puis le vecteur accélération de la balle, modélisée par un point matériel M.

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}\ \left| \begin{array}{l} v_x = \dfrac{dx}{dt} = V_0 \cos(\alpha) \\[2ex] v_z = \dfrac{dz}{dt} = -\,g_L.t + V_0 \sin(\alpha) \end{array} \right.$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}\ \left| \begin{array}{l} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\[2ex] a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = -\,g_L \end{array} \right. \quad \text{, c'est-à-dire : } \quad \vec{a} = \vec{g}_L$$

- D'après la 2ème loi de Newton, dans un référentiel galiléen, $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

Or $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\,\vec{v})}{dt} = m\,\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\,\vec{a}$

car m ne dépend pas de t

On en déduit que : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a} = m\,\vec{g}_L = \vec{P}$

Finalement, on vérifie que dans ce modèle, seul le poids (assimilé ici à la force d'interaction gravitationnelle) a été pris en compte.

2.3.2.

a) D'après la relation fournie, $x_l = \dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_L}$

- $x_l(15°) = \dfrac{V_0^2 \sin(30°)}{g_L}$ et $x_l(75°) = \dfrac{V_0^2 \sin(150°)}{g_L}$

  Or $\sin(150°) = \sin(180° - 30°) = \sin 30°$.

  Donc $x_l(75°) = x_l(15°)$: la portée pour un angle $\alpha = 75°$ est égale à celle pour un angle $\alpha = 15°$.

  Cela correspond au graphique fourni.

- $x_l(30°) = \dfrac{V_0^2 \sin(60°)}{g_L}$ et $x_l(60°) = \dfrac{V_0^2 \sin(120°)}{g_L}$

  Or $\sin(120°) = \sin(180° - 60°) = \sin 60°$.

  Donc $x_l(60°) = x_l(30°)$: la portée pour un angle $\alpha = 75°$ est égale à celle pour un angle $\alpha = 15°$.

  Cela correspond au graphique fourni.

- $x_l = \dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_L}$

  Pour v_0 donné ($\neq 0$), x_l est maximal si $\sin(2\alpha) = 1$, donc si $\alpha = 45°$
  Là encore, cela correspond au graphique fourni.

b) Notons $x_{l,Lune}$ la portée du coup sur la Lune et $x_{l,Terre}$ la portée sur la Terre.

$$\frac{x_{l,Terre}}{x_{l,Lune}} = \frac{\dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_T}}{\dfrac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g_L}} = \frac{g_L}{g_T}$$

On en déduit que :

$$x_{l,Terre} = \frac{g_L}{g_T} \times x_{l,Lune} = \frac{9,81}{1,61} \times 470 = 77,1 \text{ m}$$

La portée sur la Lune est donc $\dfrac{470}{77,1} = 6,1$ fois plus faible sur la Terre que sur la Lune.

3. Communication entre la Lune et la capsule Apollo

3.1.

- système : {capsule Apollo, assimilée à un objet ponctuel de masse m}
  référentiel : sélénocentrique (ou "lunocentrique"), considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{F}_{L/A}$ force gravitationnelle exercée par la Lune sur la capsule Apollo
  On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres

- D'après la 2[ème] loi de Newton, dans un référentiel galiléen, $\Sigma \vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

Or $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{v})}{dt} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

car m ne dépend pas de t

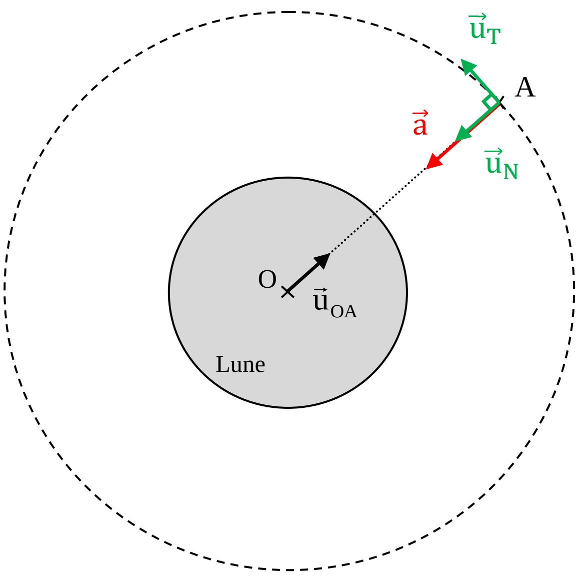
$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{L/A} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad m\vec{a} = -\frac{GM_L m}{(R_L+h)^2}\,\vec{u}_{OA}$$

(où $\vec{u}_{OA}$ est le vecteur unitaire orienté du centre O de la Lune vers la capsule Apollo A)

$$\Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{GM_L}{(R_L+h)^2}\,\vec{u}_{OA}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{GM_L}{(R_L+h)^2}$$

3.2. Introduisons le repère de Frénet $(A,\ \vec{u}_T, \vec{u}_N)$:



$\vec{u}_N = -\,\vec{u}_{OA}$
$\vec{u}_{TS}$

$$\vec{u}_N = \vec{u}_{OA} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{GM_L}{(R_L+h)^2}\,\vec{u}_N \qquad (1)$$

Or dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon $(R_L + h)$, $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\ \vec{u}_T + \dfrac{v^2}{R_L + h}\ \vec{u}_N$

De plus, il est indiqué que le mouvement est uniforme : la vitesse v est constante, et donc $\dfrac{dv}{dt} = 0$

On en déduit que : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R_L + h}\ \vec{u}_N$ (2)

En comparant les relations (1) et (2), on obtient :

$$\frac{v^2}{R_L + h} = \frac{GM_L}{(R_L + h)^2}$$

$$\Rightarrow\ v^2 = \frac{GM_L}{R_L + h}$$

$$\Rightarrow\ v = \sqrt{\frac{GM_L}{R_L + h}}$$

3.3. Notons T la période de révolution de la capsule Apollo autour de la Lune.
La capsule Apollo parcourt, à vitesse constante, la distance $\ell = 2\pi\,(R_L + h)$ pendant une durée $\Delta t = T$

$$\Rightarrow\ v = \frac{\ell}{T} = \frac{2\pi\,(R_L + h)}{T}$$

$$\Rightarrow\ T = \frac{2\pi\,(R_L + h)}{v} = \frac{2\pi\,(R_L + h)}{\sqrt{\dfrac{GM_L}{R_L + h}}}$$

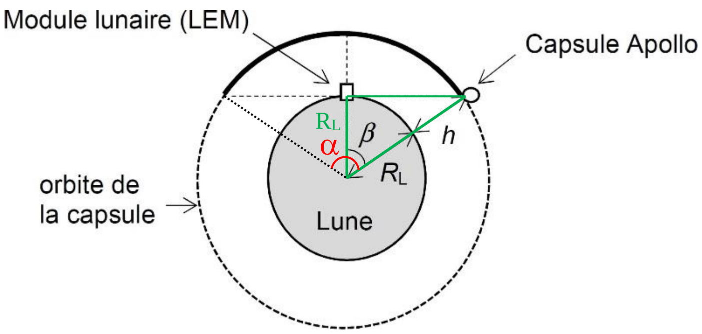
$$\Rightarrow\ T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_L + h)^3}{GM_L}} = 2\pi\sqrt{\frac{[(1{,}74\times10^3 + 110)\times10^3]^3}{6{,}67\times10^{-11}\times7{,}33\times10^{22}}} = 7{,}15\times10^3\ \text{s} = 1{,}99\ \text{h}$$

La durée entre deux passages successifs de la capsule Apollo à la verticale du module lunaire posé sur la Lune vaut donc environ 2 h.

3.4. Pour que la communication puisse se faire, il faut que le signal puisse se propager en ligne droite et sans obstacle entre le LEM et la capsule Apollo.
Cela n'est donc possible que quand la capsule est sur la portion de trajectoire en gras : sur le reste de la trajectoire, la Lune empêche le signal de passer en ligne droite entre le LEM et la capsule Apollo.

3.5.

- Déterminons l'angle au centre α correspondant à la portion de trajectoire où la communication est possible :



$\alpha = 2\beta$

D'après le schéma, $\cos\beta = \dfrac{R_L}{R_L + h} = \dfrac{1{,}74\times10^3}{1{,}74\times10^3 + 110} = 0{,}94 \quad \Rightarrow \quad \beta = 20°$

On en déduit que :
$\alpha = 2\beta = 2\times20° = 40°$

- Calculons maintenant la durée Δt de communication possible à chaque révolution de la capsule. Cela correspond à la durée de parcours de la portion de courbe en gras, d'angle au centre 40°.

	tour complet	portion de courbe où la communication est possible
angle au centre	360°	40°
durée	$T = 7{,}15\times10^3$ s	$\Delta t = ?$

On obtient :

$\Delta t = \dfrac{40}{360} \times T = \dfrac{40}{360} \times 7{,}15\times10^3 = 7{,}9\times10^2 \text{ s} = 13 \text{ minutes}$