Correction partielle de la partie 1. de l'exercice "Performance d'une athlète" (Bac S - Polynésie - juin 2015)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie
© *http://b.louchart.free.fr*

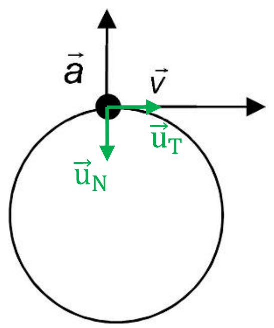
1. Étude du mouvement du boulet avant le lâcher du marteau par l'athlète

1.1. Lors d'un mouvement circulaire, le vecteur vitesse varie au cours du temps. En effet, sa direction (au moins) évolue au cours du temps.

Comme $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, on en déduit que le vecteur accélération est non nul lors d'un mouvement circulaire.

1.2.

- Considérons le schéma 4 :



M a un mouvement circulaire de rayon R, donc

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\,\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_N$$

v^2 et R étant positifs, $\dfrac{v^2}{R} > 0$

Or sur le schéma, la coordonnée normale a_N de $\vec{a}$ est négative.
La situation décrite sur ce schéma est donc impossible.
Dans le cas d'un mouvement circulaire, le vecteur $\vec{a}$ est toujours dirigé vers l'intérieur du cercle.

- Dans les 3 autres schémas, le vecteur $\vec{a}$ est bien dirigé vers l'intérieur du cercle.
Étudions donc ces 3 situations, qui, elles, sont possibles.

schéma 1 : $\vec{a}$ est colinéaire à $\vec{u}_N$ $\Rightarrow$ $a_T = 0$ $\Rightarrow$ $\dfrac{dv}{dt} = 0$ $\Rightarrow$ v est constante au cours du temps
$\Rightarrow$ le mouvement est uniforme

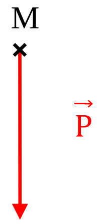
schéma 2 : $\vec{a}\,.\,\vec{v} < 0$, donc le mouvement est retardé.
schéma 3 : $\vec{a}\,.\,\vec{v} > 0$, donc le mouvement est accéléré.

C'est donc le schéma 3 qui correspond au mouvement circulaire accéléré, et le schéma 1 qui correspond au mouvement circulaire uniforme.

2. Étude du mouvement du boulet après le lâcher du marteau par l'athlète

2.1.

- système : {boulet}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen



- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  On néglige l'action de l'air, ainsi que celle du câble et de la poignée.

- D'après la 2ème loi de Newton, dans un référentiel galiléen, $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

  Or : $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \vec{P}$

  et : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\,\vec{v})}{dt} = m\,\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\,\vec{a}$

  car m ne dépend pas de t

  $\Rightarrow\ \vec{P} = m\vec{a}$
  $\Rightarrow\ m\vec{g} = m\vec{a}$
  $\Rightarrow\ \vec{a} = \vec{g}$

- $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x \\ a_y \end{array}\right. = \vec{g}\left|\begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right.$

- Détermination des coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$:

  $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{array}\right.$

  Or $\vec{v}\ (t = 0\ s)\left|\begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array}\right. = \vec{v}_0\left|\begin{array}{l} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} C_1 = v_0 \cos\alpha \\ C_2 = v_0 \sin\alpha \end{array}\right.$

  Donc $\vec{v}\,(t)\left|\begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array}\right.$

- Détermination des coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{OM}$:

  $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x = (v_0 \cos\alpha)\,t + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + C_4 \end{array}\right.$

Or $\overrightarrow{OM}\ (t = 0\ s) \left| \begin{array}{l} C_3 \\ C_4 \end{array} \right. = \overrightarrow{OM}_0 \left| \begin{array}{l} 0 \\ h \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} C_3 = 0 \\ C_4 = h \end{cases}$

Donc $\overrightarrow{OG}(t) \left| \begin{array}{l} x = (v_0 \cos\alpha)\, t \\ y = -\dfrac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + h \end{array} \right.$