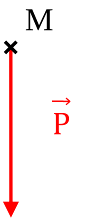
Correction partielle de l'exercice
"Un peu de balistique"
(Bac S – Amérique du Sud – novembre 2014)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Durée de visibilité de la fusée

1.2.

- système : {fusée, de masse m}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen



- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  Toutes les actions dues à l'air sont négligées dans cette étude.

- D'après la 2ème loi de Newton, dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées au système est égale à la dérivée du vecteur quantité de mouvement de ce système.

  Ainsi, $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

  Or : $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \vec{P}$

  et : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\ \vec{v})}{dt} = m\ \dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\ \vec{a}$

  car on considère que m ne dépend pas de t
  (on néglige la perte de masse pendant qu'elle brille)

  $\Rightarrow\ \vec{P} = m\vec{a}$
  $\Rightarrow\ m\vec{g} = m\vec{a}$
  $\Rightarrow\ \vec{a} = \vec{g}$

- $\vec{a}\ \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix} = \vec{g}\ \begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}\ \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$

1.3.

- $\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt} \Rightarrow \vec{v}_G \left| \begin{array}{l} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{array} \right.$

Or $\vec{v}_G\ (t = 0\ s) \left| \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. = \vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} C_1 = v_0 \cos\alpha \\ C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$

Donc $\vec{v}\ (t) \left| \begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$

- $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x = (v_0 \cos\alpha)\, t + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2} gt^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + C_4 \end{array} \right.$

Or $\overrightarrow{OM}\ (t=0\ s) \left| \begin{array}{l} C_3 \\ C_4 \end{array} \right. = \overrightarrow{OM}_0 \left| \begin{array}{l} 0 \\ h \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} C_3 = 0 \\ C_4 = h \end{cases}$

Donc $\overrightarrow{OM}(t) \left| \begin{array}{l} x = (v_0 \cos\alpha)\, t \\ y = -\dfrac{1}{2} gt^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + h \end{array} \right.$

1.4. On note t_1 l'instant où la fusée touche le sol : $z\ (t_1) = 0$ m

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} g\ t_1^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t_1 + h = 0$

$\Delta = (v_0 \sin\alpha)^2 - 4 \times - \left(-\dfrac{1}{2}\right) g \times h = (v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh$

$\Rightarrow t_1 = \dfrac{-v_0 \sin\alpha - \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{-g} = \dfrac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}$

ou $t_1 = \dfrac{-v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{-g} = \dfrac{v_0 \sin\alpha - \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}$

$\sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh} \; > \; v_0 \sin\alpha \;\; \Rightarrow$ la 2ème solution est négative

Or la fusée ayant été lancée à $t_0 = 0$ s, elle ne peut avoir touché le sol avant.
La 2ème solution ne peut donc être conservée.

Finalement, la durée du vol de la fusée éclairante est :

$$\Delta t_{vol} = t_1 - t_0 = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g} = \frac{50 \times \sin 55° + \sqrt{(50 \times \sin 55°)^2 + 2 \times 9{,}8 \times 1{,}8}}{9{,}8} = 8{,}4 \text{ s}$$

1.5. L'altitude z_2 de la fusée quand elle commence à éclairer (à $t_2 = 1{,}0$ s) est :

$$z_2 = -\frac{1}{2} g\, t_2^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t_2 + h = -\frac{1}{2} \times 9{,}8 \times 1{,}0^2 + (50 \sin 55) \times 1{,}0 + 1{,}8 = 38 \text{ m}$$

L'altitude z_3 de la fusée lorsqu'elle s'arrête d'éclairer (à $t_3 = 7$ s) est :

$$z_3 = -\frac{1}{2} g\, t_3^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t_3 + h = -\frac{1}{2} \times 9{,}8 \times 7^2 + (50 \sin 55) \times 7 + 1{,}8 = 5 \times 10^1 \text{ m}$$

La fusée étant située, pendant toute la durée où elle éclaire, à une altitude supérieure à 38 m, elle va pouvoir éclairer une large zone, et également être vue de loin, ce qui sont les buts recherchés.