Correction partielle de l'exercice
"De Hubble à James Webb"
(Bac S – Antilles-Guyane - septembre 2013)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Première partie : étude de l'orbite du télescope spatial Hubble

1.1. D'après la 1ère loi de Kepler, la trajectoire du télescope Hubble est une ellipse dont le centre de la Terre est l'un des foyers.
De plus, d'après le texte du 1er encadré, "le télescope Hubble […] est positionné […] à une altitude quasi constante h = 600 km de la surface de la Terre".
On peut donc en déduire qu'il a une trajectoire quasi circulaire (de centre O, le centre de la Terre) dans le référentiel géocentrique.

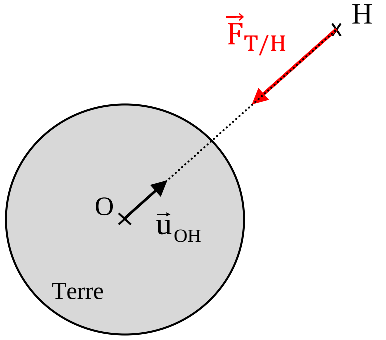
1.2.

- système : {télescope Hubble}
  référentiel : géocentrique, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{F}_{T/H}$ force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite Hubble : $\vec{F}_{T/H} = -\dfrac{GM_T m}{(R_T + h)^2}\,\vec{u}_{OH}$

  (où m est la masse du télescope Hubble)

  On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres.



- D'après la $2^{ème}$ loi de Newton, dans un référentiel galiléen, $\Sigma \vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

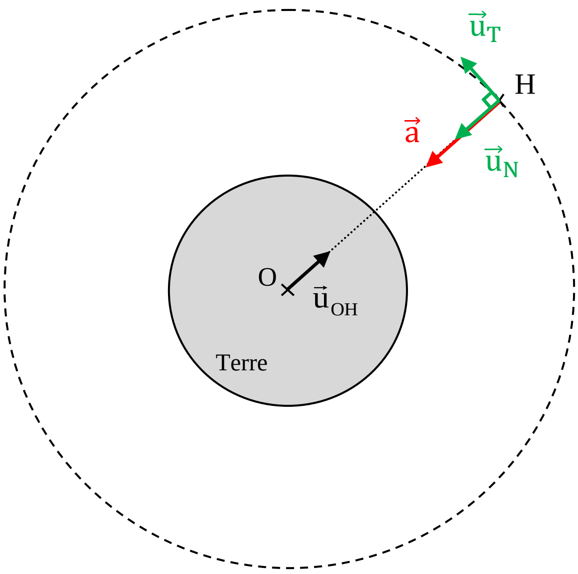
Or $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{v})}{dt} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

car m ne dépend pas de t

$$\Rightarrow \vec{F}_{T/H} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a} = -\frac{GM_T m}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_{OH}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{GM_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_{OH}$$

- Introduisons le repère de Frénet (H, $\vec{u}_T, \vec{u}_N$) :



$$\vec{u}_N = -\vec{u}_{OH}$$

$$\vec{u}_N = -\vec{u}_{OH} \Rightarrow \vec{a} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_N$$

Or dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon $(R_T + h)$, $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\,\vec{u}_T + \dfrac{v^2}{R_T+h}\,\vec{u}_N$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = 0 & \textit{(1)} \\[2ex] \dfrac{v^2}{R_T+h} = \dfrac{GM_T}{(R_T+h)^2} & \textit{(2)} \end{cases}$$

D'après l'équation (1), $\dfrac{dv}{dt} = 0$, donc $v = cte$: le mouvement est uniforme

1.3. D'après l'équation (2), $\dfrac{v^2}{R_T + h} = \dfrac{GM_T}{(R_T + h)^2} \Rightarrow v^2 = \dfrac{GM_T}{R_T + h} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T + h}}$

1.4. Le télescope parcourt, à vitesse constante, la distance $\ell = 2\pi\,(R_T + h)$ pendant une durée $\Delta t = T$

$$\Rightarrow v = \frac{\ell}{T} = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{v}$$

1.5.

- D'après la 3ème loi de Kepler, pour toutes les planètes du système solaire, le quotient du carré de la période de révolution T de la planète autour du Soleil par le cube du demi-grand axe a de son orbite elliptique est le même :

  $\dfrac{T^2}{a^3}$ a la même valeur pour toutes les planètes du système solaire

  En l'adaptant aux satellites de la Terre, on obtiendrait :
  Pour tous les satellites de la Terre, le quotient du carré de la période de révolution T du satellite autour de la Terre par le cube du demi-grand axe a de son orbite elliptique est le même :

  $\dfrac{T^2}{a^3}$ a la même valeur pour tous les satellites de la Terre

- On a trouvé à la question 1.4. que $T = \dfrac{2\pi\,(R_T + h)}{v}$

  Or $v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T + h}}$

  On obtient : $T = \dfrac{2\pi\,(R_T + h)}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T + h}}} = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{r}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_T}}$

  On en déduit que : $T^2 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$

  et finalement : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_T}$

1.6. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_T}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T + h)^3}{GM_T}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(6370\times10^3 + 600\times10^3)^3}{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}} = 5{,}97\times10^3\ \text{s} = 97\ \text{min}$

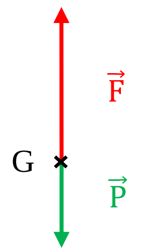
2. Deuxième partie : étude de la mise en orbite du télescope spatial James Webb

2.1.1. $P = Mg = 780\times10^3 \times 9{,}8 = 7{,}6\times10^6$ N

2.1.2.

- système : {fusée Ariane 5}
  référentiel : terrestre, considéré galiléen

- bilan des forces extérieures appliquées au système :
  $\vec{P}$ son poids
  $\vec{F}$ la force de poussée générée par les propulseurs
  On néglige l'action de l'air.



- D'après la 2ème loi de Newton, dans un référentiel galiléen, $\Sigma \vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

  Or $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(M\vec{v})}{dt} = M\dfrac{d\vec{v}}{dt} = M\vec{a}$

  car M ne dépend pas de t

  Ainsi, $\vec{P} + \vec{F} = M\vec{a}$

  En projetant cette relation sur l'axe vertical (Oz) dirigé vers le haut, on obtient :
  $P_z + F_z = Ma_z$
  $\Rightarrow\ -P + F = Ma_z$
  $\Rightarrow\ Ma_z = F - Mg$
  $\Rightarrow\ a_z = \dfrac{F}{M} - g$

2.1.3. $z\,(t = 10\text{ s}) = \dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{F}{M} - g\right)\times t^2 = \dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{14{,}0\times10^6}{780\times10^3} - 9{,}8\right)\times10^2 = 4{,}1\times10^2$ m

2.1.4. L'altitude est plus faible en réalité car il aurait fallu tenir compte des frottements de l'air.
L'énergie mécanique n'est pas constante : elle diminue. La variation d'énergie mécanique est égale au travail des forces de frottement.