

Le cercle des planètes disparues (Bac - Liban - juin 2009)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie
© <http://b.louchart.free.fr>

1. Orbite d'Eris

1.1. Pour toutes les planètes, le quotient du carré de la période de révolution par le cube du demi grand axe de l'orbite elliptique est le même.

1.2. D'après la 3^{ème} loi de Kepler, on a : $\frac{T_{\text{Pluton}}^2}{a_{\text{Pluton}}^3} = \frac{T_{\text{Eris}}^2}{a_{\text{Eris}}^3}$

$$\Rightarrow a_{\text{Eris}}^3 = a_{\text{Pluton}}^3 \times \frac{T_{\text{Eris}}^2}{T_{\text{Pluton}}^2}$$

$$\text{Or } T_{\text{Eris}} = 557 \text{ années terrestres et } T_{\text{Pluton}} = 248 \text{ années terrestres} \Rightarrow T_{\text{Eris}} > T_{\text{Pluton}} \Rightarrow \frac{T_{\text{Eris}}^2}{T_{\text{Pluton}}^2} > 1$$

On en déduit que $a_{\text{Eris}}^3 > a_{\text{Pluton}}^3$, donc que $a_{\text{Eris}} > a_{\text{Pluton}}$

L'orbite d'Eris se situe donc au-delà de celle de Pluton.

2. Découverte de Dysnomia

2.1.1. Le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia autour d'Eris est le référentiel "érisocentrique".

Ce référentiel est associé à un repère d'espace d'origine le centre d'Eris, et dont les axes sont dirigés vers 3 étoiles lointaines considérées fixes.

2.1.2.

- bilan des forces extérieures appliquées au système :

$$\vec{F}_{\text{E/D}} \text{ force gravitationnelle exercée par Eris sur Dysnomia : } \vec{F}_{\text{E/D}} = - \frac{GM_{\text{E}}M_{\text{D}}}{R_{\text{D}}^2} \vec{u}_{\text{ED}}$$

On néglige les forces gravitationnelles dues aux autres astres

- 2^{ème} loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = M_{\text{D}} \vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{E/D}} = M_{\text{D}} \vec{a}$$

$$\Rightarrow - \frac{GM_{\text{E}}M_{\text{D}}}{R_{\text{D}}^2} \vec{u}_{\text{ED}} = M_{\text{D}} \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{GM_E}{R_D^2} \vec{u}_{ED}$$

2.1.3. La direction de $\vec{a}$ est celle de la droite (ED) $\Rightarrow \vec{a}$ est radiale
 $\vec{a}$ est dirigé de D vers E $\Rightarrow \vec{a}$ est centripète

2.1.4.

- Dysnomia parcourt, à vitesse constante, la distance $d = 2\pi R_D$ pendant une durée $\Delta t = T_D$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi R_D}{T_D}$$

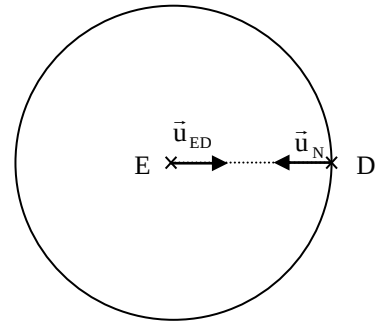
$$\Rightarrow T_D = \frac{2\pi R_D}{v}$$

- Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme de rayon R_D ,

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R_D} \vec{u}_N$$

Or on a montré à la question 2.1.2. que : $\vec{a} = -\frac{GM_E}{R_D^2} \vec{u}_{ED}$

$$\Rightarrow -\frac{GM_E}{R_D^2} \vec{u}_{ED} = \frac{v^2}{R_D} \vec{u}_N$$



Ces 2 vecteurs sont égaux $\Rightarrow$ leurs normes sont égales : $\frac{GM_E}{R_D^2} = \frac{v^2}{R_D}$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{GM_E}{R_D}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_E}{R_D}}$$

- Finalement, $T_D = \frac{2\pi R_D}{v} = \frac{2\pi R_D}{\sqrt{\frac{GM_E}{R_D}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}}$

$$\cdot T_D = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}} \Rightarrow T_D^2 = \frac{4\pi^2 R_D^3}{GM_E} \Rightarrow \frac{T_D^2}{R_D^3} = \frac{4\pi^2}{GM_E}$$

$\frac{T_D^2}{R_D^3}$ est égale à la même valeur $\left(\frac{4\pi^2}{GM_E}\right)$ pour tous les satellites d'Eris

On retrouve la 3^{ème} loi de Kepler (appliquée à Eris).

$$\begin{aligned}
 \text{2.2.1. } T_D &= 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}} \Rightarrow T_D^2 = \frac{4\pi^2 R_D^3}{GM_E} \\
 \Rightarrow M_E &= \frac{4\pi^2 R_D^3}{GT_D^2} = \frac{4\pi^2 \times (3,60 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (1,30 \times 10^6)^2} = 1,63 \times 10^{22} \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{2.2.2. } \frac{M_E}{M_p} = \frac{1,63 \times 10^{22}}{1,31 \times 10^{22}} = 1,25 \Rightarrow M_E = 1,25 \times M_p$$

$\Rightarrow$ si Eris n'est pas considérée comme une planète, Pluton, qui a une masse un peu plus faible, ne peut plus l'être non plus