Observation des satellites de Neptune
par la sonde Voyager 2
(Afrique - juin 2009)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

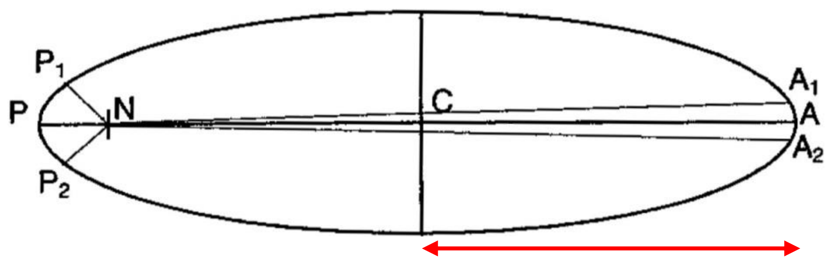
1. Le mouvement des satellites

1.1. L'orbite est décrite dans le référentiel neptunocentrique.

1.2. 1ère loi de Kepler (loi des orbites) appliquée à ce cas :
Dans le référentiel neptunocentrique, le satellite Néréide a une trajectoire elliptique dont Saturne occupe l'un des foyers.

2ème loi de Kepler (loi des aires) appliquée à ce cas :
Le segment de droite reliant le centre de Saturne au centre de Néréide balaye des aires égales pendant des durées égales.

1.3.



1.4.1. D'après la 2ème loi de Kepler (loi des aires), ces 2 aires sont égales.

1.4.2. Les distances P_1P_2 et A_1A_2 sont parcourues pendant la même durée Δt.
Comme la distance P_1P_2 est plus grande que A_1A_2, la vitesse moyenne entre P_1 et P_2 est plus grande que celle entre A_1 et A_2
$\Rightarrow v_P > v_A$

1.5.1. 3ème loi de Kepler adaptée au cas de l'exercice :
Pour tous les satellites de Neptune, le quotient du carré de la période de révolution autour de Neptune par le cube du demi grand axe de l'ellipse est le même.

1.5.2. $\dfrac{T_{rev}^2}{R_1^3} = \dfrac{(5{,}877 \times 86400)^2}{(3{,}547 \times 10^5 \times 10^3)^3} = 5{,}778 \times 10^{-15}\ s^2.m^{-3}$

1.5.3. D'après la 3ème loi de Kepler, on a :

$$\frac{T^2_{\text{Néréide}}}{a^3_{\text{Néréide}}} = \frac{T^2_{\text{Triton}}}{a^3_{\text{Triton}}} = \frac{T^2_{\text{rev}}}{R_1^3} = 5{,}778 \times 10^{-15}\ \text{s}^2.\text{m}^{-3}$$

$$\Rightarrow \quad T^2_{\text{Néréide}} = \frac{T^2_{\text{rev}}}{R_1^3} \times a^3_{\text{Néréide}}$$

$$\Rightarrow \quad T_{\text{ner}} = \sqrt{\frac{T^2_{\text{rev}}}{R_1^3} \times a^3} = \sqrt{5{,}778 \times 10^{-15} \times (5513 \times 10^3 \times 10^3)^3} = 3{,}111 \times 10^7\ \text{s}$$

$$\Rightarrow \quad T_{\text{ner}} = \frac{3{,}111 \times 10^7}{86400} = 360{,}1 \text{ jours solaires}$$

Cela correspond à la valeur indiquée dans le texte : "*Néréide met 360 jours pour boucler son orbite*".

2. Le mouvement de Triton

2.1. $\vec{F} = -\dfrac{GM_1M_N}{R_1^2}\ \vec{u}$

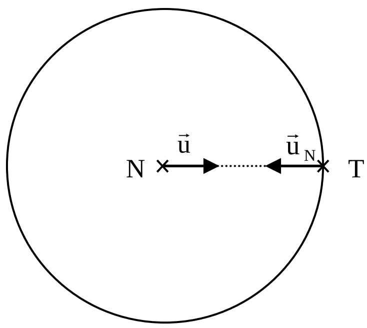
$$F = \frac{GM_1M_N}{R_1^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 2{,}147 \times 10^{22} \times 1{,}025 \times 10^{26}}{(3{,}547 \times 10^5 \times 10^3)^2} = 1{,}17 \times 10^{21}\ \text{N}$$

2.2. 2ème loi de Newton : $\Sigma\ \vec{F}_{ext} = M_1\ \vec{a}$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = M_1\ \vec{a}$

Or dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme de rayon R_1 ,

$\vec{a} = \dfrac{V^2}{R_1}\ \vec{u}_N$



$$\Rightarrow \quad -\frac{GM_1M_N}{R_1^2}\ \vec{u} = M_1 \times \frac{V^2}{R_1}\ \vec{u}_N$$

Ces 2 vecteurs sont égaux $\Rightarrow$ leurs normes sont égales : $\dfrac{GM_N}{R_1^2} = \dfrac{V^2}{R_1}$

$$\Rightarrow \quad V^2 = \frac{GM_N}{R_1}$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{GM_N}{R_1}}$$

2.3. $V = \sqrt{\dfrac{GM_N}{R_1}} = \sqrt{\dfrac{6{,}67\times10^{-11}\times1{,}025\times10^{26}}{3{,}547\times10^{5}\times10^{3}}} = 4{,}39\times10^{3}\ m.s^{-1} = 4{,}39\ km.s^{-1}$

Cela correspond à la valeur indiquée dans l'énoncé (4 km.s^{-1} avec 1 seul chiffre significatif, donc à 1 km.s^{-1} près).

2.4. Le satellite parcourt, à vitesse constante, la distance $d = 2\pi R_1$ pendant une durée $\Delta t = T_{rev}$

$$\Rightarrow\ V = \frac{2\pi R_1}{T_{rev}}$$

$$\Rightarrow\ T_{rev} = \frac{2\pi R_1}{V} = \frac{2\pi R_1}{\sqrt{\dfrac{GM_N}{R_1}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R_1^3}{GM_N}}$$

2.5. $T_{rev} = 2\pi\sqrt{\dfrac{R_1^3}{GM_N}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(3{,}547\times10^{5}\times10^{3})^3}{6{,}67\times10^{-11}\times1{,}025\times10^{26}}} = 5{,}08\times10^{5}\ s = \dfrac{5{,}08\times10^{5}}{86400}$ jours solaires

$= 5{,}88$ jours solaires

Cela correspond à la valeur indiquée dans l'énoncé (5,877 jours solaires).