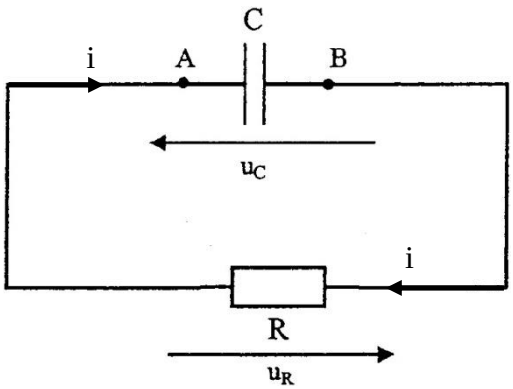
Décharge d'un condensateur
(Bac - Antilles - septembre 2006)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie
© *http://b.louchart.free.fr*

1. Établissement de l'équation différentielle lors de la décharge



1.1. D'après la loi d'additivité des tensions, $u_R + u_c = 0$

1.2. $q_A = C\,u_c$

1.3. Lors de la décharge du condensateur, le courant circule dans le sens inverse de celui de la charge. Comme l'intensité i a été comptée positivement lors de la charge, $i < 0$ lors de la décharge.

$$i = \frac{dq_A}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C\,\frac{du_c}{dt}$$ (car C ne dépend pas de t)

1.4. $u_R + u_c = 0$

Or d'après la loi d'Ohm, $u_R = Ri$

De plus, $i = C\,\frac{du_c}{dt}$

$$\Rightarrow RC\,\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

$$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}\,u_c = 0$$

$$\Rightarrow \alpha\,u_c + \frac{du_c}{dt} = 0 \quad , \text{ avec } \alpha = \frac{1}{RC}$$ *(équation 1)*

2. Solution de l'équation différentielle

2.1. Remarque : si $u_c = A \cdot e^{-\beta t}$, alors $\dfrac{du_c}{dt} = -A\beta\, e^{-\beta t}$

$u_c = A \cdot e^{-\beta t}$ est solution de l'équation (1)

$\Rightarrow \dfrac{1}{RC} u_c + \dfrac{du_c}{dt} = 0$

$\Rightarrow \dfrac{1}{RC} A \cdot e^{-\beta t} - A\beta\, e^{-\beta t} = 0$

$\Rightarrow A.\left(\dfrac{1}{RC} - \beta\right). e^{-\beta t} = 0$

vrai $\forall t$, et $A \neq 0 \Rightarrow \dfrac{1}{RC} - \beta = 0 \Rightarrow \beta = \dfrac{1}{RC}$

$\Rightarrow u_c = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

2.2. À $t = 0$ s, $u_c = U_0$ (condensateur chargé), $u_c = A$ $\Rightarrow A = U_0$

$\Rightarrow u_c = U_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$

2.3. $u_c\,(t = 0\text{ s}) = 0$ V et u_c tend vers 0 quand t tend vers $+\infty$ $\Rightarrow$ la courbe 1 est impossible et c'est la courbe 2 qui peut représenter u_c en fonction du temps

2.4. $\tau = RC$

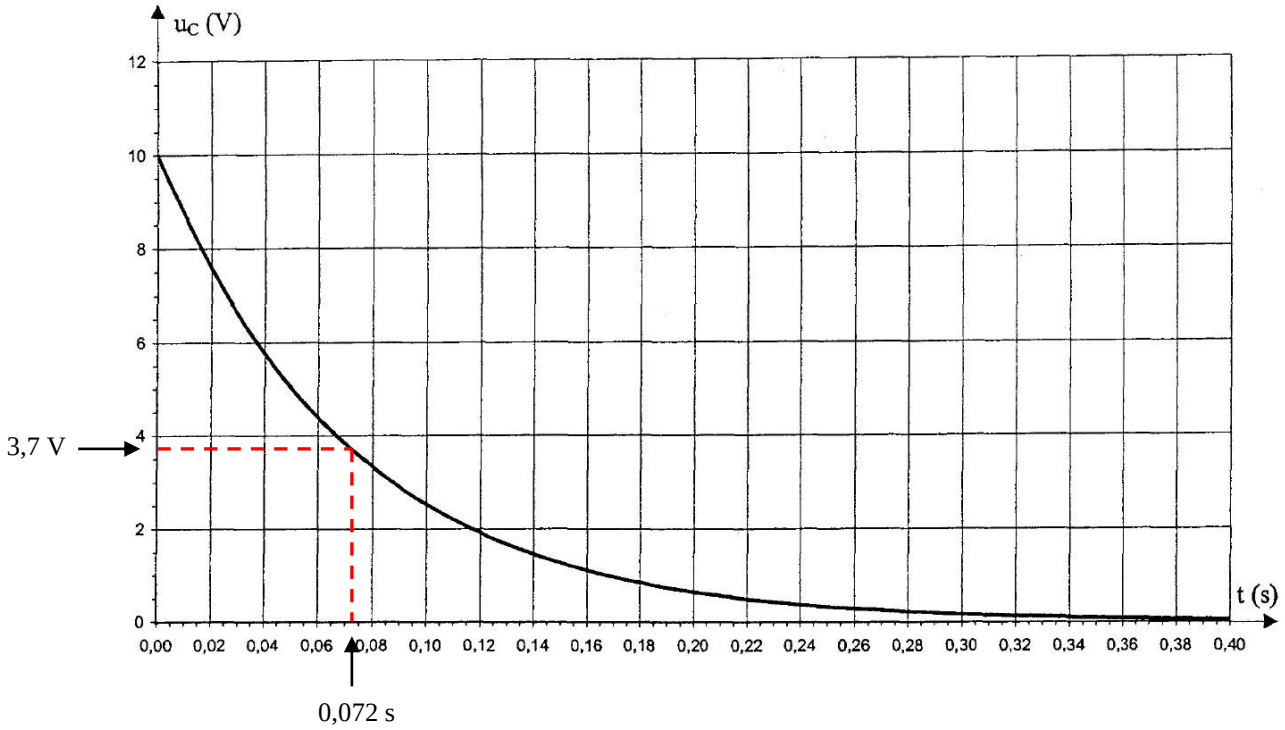
2.5. $u_c = U_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

Le terme présent dans l'exponentielle est sans unité $\Rightarrow -\dfrac{t}{\tau}$ est sans unité

$\Rightarrow \tau$ a la même unité qu'une durée

2.6. $u_c\,(t = \tau) = 0{,}37\, u_c\,(t = 0\text{ s}) = 0{,}37 \times 10 = 3{,}7$ V

$\Rightarrow$ d'après le graphique, $\tau = 0{,}072$ s



2.7. $\tau = RC \Rightarrow C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{0{,}072}{33} = 2{,}2\times10^{-3}\ \text{F} = 2{,}2\ \text{mF}$

3. Intensité du courant

3.1. $i = C\dfrac{du_c}{dt} = C\times\dfrac{d}{dt}\left(U_0\, e^{-\frac{t}{RC}}\right) = C\,U_0\times\left(-\dfrac{1}{RC}\right)e^{-\frac{t}{RC}} = -\dfrac{U_0}{R}\ e^{-\frac{t}{RC}}$

3.2. $I_0 = i(t=0^+) = -\dfrac{U_0}{R} = -\dfrac{10}{33} = -0{,}30\ \text{A}$

3.3. La seule courbe qui peut correspondre est donc la courbe 3.

3.4. $i\,(t=0{,}50\ \text{s}) = -\dfrac{U_0}{R}\ e^{-\frac{t}{RC}} = = -\dfrac{U_0}{R}\ e^{-\frac{t}{\tau}} = -2{,}9\times10^{-4}\ \text{A} = -0{,}29\ \text{mA}$

$u_c\,(t=0{,}50\ \text{s}) = U_0\ e^{-\frac{t}{\tau}} = 10\ e^{-\frac{0{,}50}{0{,}072}} = 9{,}6\times10^{-3}\ \text{V} = 9{,}6\ \text{mV}$

3.5. $\left|\dfrac{q_A(t=0{,}50\ \text{s})}{q_A(t=0\ \text{s})}\right| = \left|\dfrac{Cu_c(t=0{,}50\ \text{s})}{Cu_c(t=0\ \text{s})}\right| = \left|\dfrac{9{,}6\times10^{-3}}{10}\right| = 9{,}6\times10^{-4} = 0{,}096\ \%$

À t = 0,50 s, il reste 0,096 % de la charge initiale $\Rightarrow$ le condensateur est déchargé à 99,9 %

4. Énergie emmagasinée dans le condensateur

4.1. $E_{cond} = \frac{1}{2} C u_c^2$

Or $q_A = C u_c \Rightarrow u_c = \frac{q_A}{C}$

$\Rightarrow E_{cond} = \frac{1}{2} C \left(\frac{q_A}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q_A^2}{C}$

4.2. Pour le condensateur de capacité C, E_{cond} (t = 0 s) = $\frac{1}{2} C U_0^2$

Cette énergie est proportionnelle à la capacité du condensateur utilisé $\Rightarrow$ si on utilise un condensateur de capacité C' > C (en gardant la même tension U_0 , l'énergie emmagasinée sera plus grande**.**