Étude d'une montagne russe
(E3C - 1ère Spécialité Physique-Chimie)

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie

1. Étude de la chaîne énergétique

1.1. cadre 1 : énergie électrique
cadre 2 : énergie mécanique
cadre 3 : énergie thermique

1.2. $E_{train} = \dfrac{1}{2} m v_{max}^2 = \dfrac{1}{2} \times 10\times10^3 \times \left(\dfrac{100}{3,6}\right)^2 = 3,9\times10^6 \text{ J} = 3,9 \text{ MJ}$

1.3. $E_{électrique} = \mathcal{P} \times \Delta t = 1,5\times10^6 \times 2,5 = 3,8\times10^6 \text{ J} = 3,8 \text{ MJ}$

On en déduit le rendement du moteur linéaire :

$$\eta = \frac{E_{train}}{E_{électrique}} = \frac{3,9}{3,8} = 1,03 = 103\ \%$$

Mais le rendement ne peut pas être supérieur à 1 : il doit donc y avoir des imprécisions au niveau des données fournies par le constructeur.

2. Simulation de la propulsion du train

2.1. $v_{x,k} \simeq \dfrac{x_{k+1} - x_k}{t_{k+1} - t_k}$

Par analogie avec la syntaxe de la ligne 26, on obtient pour la ligne 24 :

```
v_x.extend([(x[k+1]-x[k])/(t[k+1]-t[k])])
```

2.2.

	longueur de la flèche sur la feuille	$\lVert\Delta\vec{v}\rVert$
échelle des vitesses	1,75 cm	5 m.s^{-1}
en M_2	1,95 cm	$\lVert\Delta\vec{v}_2\rVert$ = ?
en M_4	1,95 cm	$\lVert\Delta\vec{v}_4\rVert$ = ?

On en déduit que :

$$\lVert\Delta\vec{v}_2\rVert = \lVert\Delta\vec{v}_4\rVert = \frac{1,95\times5}{1,75} = 5,6 \text{ m.s}^{-1}$$

2.3. $\Delta\vec{v}$ a une direction (l'axe Ox) et un sens (celui des x croissants) constants au cours du temps.
De plus, sa norme semble également être constante (5,6 m.s⁻1) au cours du temps.
Il semble donc que le vecteur $\Delta\vec{v}$ reste constant au cours du temps.

2.4. Le référentiel d'étude (référentiel terrestre) est considéré galiléen et la masse du système est constante,
donc : $\Sigma\,\vec{F}_{ext} = m\,\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

2.5. $\Sigma\,\vec{F}_{ext} = \dfrac{m}{\Delta t} \times \Delta\vec{v}$, avec $\dfrac{m}{\Delta t} > 0$

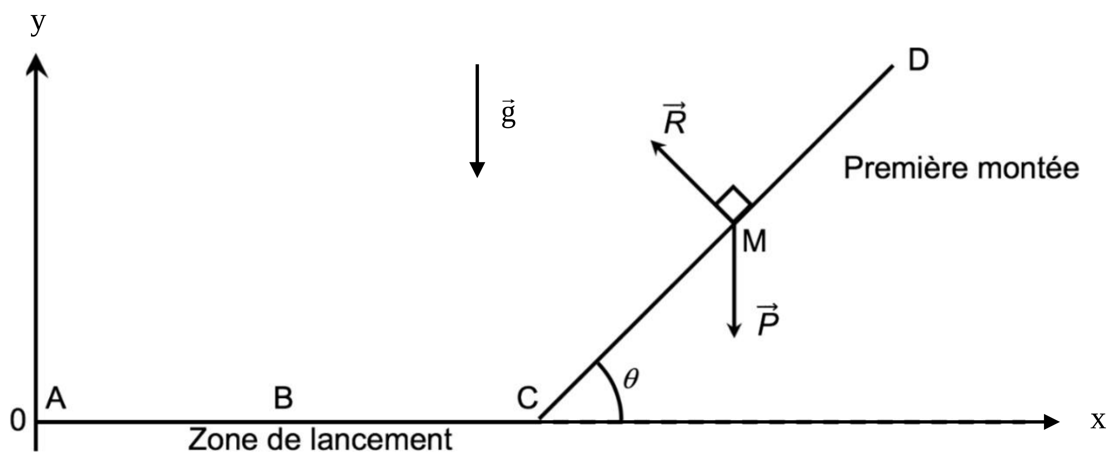
On peut donc déduire des caractéristiques de $\Delta\vec{v}$ celles du vecteur $\Sigma\,\vec{F}_{ext}$:

- direction : l'axe (Ox)
- sens : celui des x croissants
- valeur : $\left\|\Sigma\,\vec{F}_{ext}\right\| = \left\|\dfrac{m}{\Delta t}\times\Delta\vec{v}\right\| = \dfrac{m}{\Delta t}\times\left\|\Delta\vec{v}\right\| = \dfrac{10\times10^3}{0{,}50}\times 5{,}6 = 1{,}1\times10^5$ N

la valeur de Δt est indiquée à la ligne 12
du programme Python

3. Étude du train lors de la première ascension

3.1. $W_{CD}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\overrightarrow{CD} = m\vec{g}\cdot\overrightarrow{CD}$



$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{CD}\begin{vmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{vmatrix}$

On obtient donc : $W_{CD}(\vec{P}) = -mg\,(y_D - y_C) = mg\,(y_C - y_D)$

3.2. $W_{CD}(\vec{R}) = \vec{R}.\overrightarrow{CD} = 0$ car $\vec{R} \perp \overrightarrow{CD}$

3.3.

- Commençons par calculer la valeur v_C de la vitesse au point C.

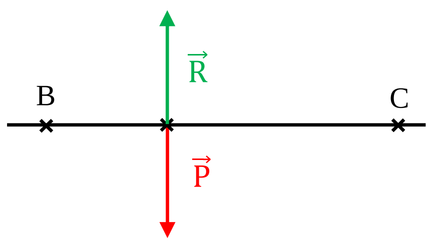
  D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre B et C,
  $E_c(C) - E_c(B) = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R})$

  Or : $E_c(C) = \frac{1}{2} m v_C^2$

  $E_c(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_{max}^2$

  $W_{BC}(\vec{P}) = mg(y_B - y_C) = 0$ J car $y_C = y_B$

  $W_{BC}(\vec{R}) = \vec{R}.\overrightarrow{BC} = 0$ J car $\vec{R} \perp \overrightarrow{BC}$



  On obtient donc : $\frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_{max}^2 = 0$

  ce qui donne : $v_C = v_{max} = 100 \text{ km.h}^{-1}$

- Déterminons maintenant la hauteur maximale h_{max} que pourrait atteindre le train.

  Notons E, d'altitude h_{max} , le point le plus haut atteint par le train (donc pour lequel $v_E = 0 \text{ m.s}^{-1}$)

  D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre C et E,
  $E_c(E) - E_c(C) = W_{CE}(\vec{P}) + W_{CE}(\vec{R})$

  Or : $E_c(E) = \frac{1}{2} m v_E^2 = 0$ J car $v_E = 0 \text{ m.s}^{-1}$

  $E_c(C) = \frac{1}{2} m v_{max}^2$

  $W_{CE}(\vec{P}) = mg(y_C - y_E) = -mgh_{max}$

  $W_{CE}(\vec{R}) = 0$ J

  On obtient donc : $-\frac{1}{2} m v_{max}^2 = -mgh_{max}$

  $$\Rightarrow \quad h_{max} = \frac{v_{max}^2}{2g} = \frac{\left(\frac{100}{3,6}\right)^2}{2 \times 9,81} = 39,3 \text{ m}$$

  Le point D ayant une altitude de 38 m, on en déduit que, si on néglige les frottements, le train pourra atteindre ce sommet, et donc continuer son chemin sans repartir en arrière.