

Rapport de Mme Nathalie PALANQUE-DELABROUILLE et M. Laurent SCHOEFFEL, correcteurs.

Le problème propose une étude du mouvement d'un fluide homogène, incompressible et conducteur, soumis à un champ électrique et champ magnétique croisés, et d'en tirer des conclusions quant à d'éventuelles applications industrielles, tout particulièrement pour la circulation de métaux liquides. Après une rapide révision des principes de base de l'induction (première partie), la partie II se propose de déterminer le profil de vitesse d'un fluide conducteur entre deux plans horizontaux. Cette partie utilise essentiellement les éléments de cours de mécanique des fluides. La troisième partie considère un exemple d'application dans le cas d'une vitesse constante et uniforme. Elle traite alors des aspects électrocinétiques du montage abordé à la partie précédente. Enfin, la partie IV largement indépendante du reste du problème se place dans le cas d'un champ magnétique sinusoïdal. Dans cette hypothèse, elle propose le calcul du rendement du système en utilisant les notions de bases du cours d'électromagnétisme.

Les différentes parties de ce problème étant essentiellement indépendantes les unes des autres, les candidats disposaient de nombreux points d'entrée dans le sujet. Certains l'ont même abordé dans le désordre. De plus, les notions de physique demandées restent proches du cours, ne nécessitant ni une profonde compréhension de la physique impliquée, ni un recul par rapport à l'énoncé. Ce sujet ne met donc pas particulièrement en valeur les meilleurs candidats. Ainsi, de nombreuses copies atteignent la moyenne sans pour autant être rentrées dans le vif du sujet. Nous constatons par ailleurs que de nombreux candidats se contentent d'aligner des équations du cours sans discernement et sans faire preuve de sens physique. Même des notions élémentaires semblent ne pas avoir toujours été correctement assimilées.

Les notes des candidats français se répartissent selon le tableau suivant :

$0 \leq N < 4$	82	6,2%
$4 \leq N < 8$	289	21,9%
$8 \leq N < 12$	543	41,1%
$12 \leq N < 16$	242	25,9%
$16 \leq N \leq 20$	64	4,8%
Total	1320	100 %
Nombre de copies : 1320		
Note moyenne 10,01		
Écart-type : 3,68		

En ce qui concerne les applications numériques, nous avons attribué comme les années précédentes une partie des points à la mention de l'unité appropriée. Anecdotiquement, il est surprenant de voir le **nombre** de Hartmann caractérisé par exemple d'un S.I., voire d'un $\text{Tm } \Omega^{-1/2} \text{ s}^{1/2} \text{ kg}^{1/2}$! De plus, compte tenu des erreurs fréquentes rencontrées, nous recommandons de poser entièrement les applications numériques sur la copie, ce qui permet d'identifier la source d'erreur et ainsi d'attribuer des points partiels. Nous notons également de nombreuses difficultés sur la résolution des équations différentielles et les développements limités.

Dans la suite, nous passons en revue les différentes questions de l'épreuve.

Partie I

Cette partie rappelle des notions de base très simples de l'induction électromagnétique sur un système classique. La majorité des candidats ont bien traité cette partie, avec 71% des points attribués en moyenne. L'erreur principale provenait de la détermination des orientations de E et de v vectoriel B .

Partie II

Cette partie a été largement abordée avec 60% des points attribués en moyenne. Elle comprend une question de mécanique des fluides et une question plus longue, essentiellement mathématique, de résolution des équations.

1.a) Expression du cours sans difficulté.

1.b) Question simple en général bien traitée mais la démonstration était parfois un peu trop guidée par le résultat donné dans l'énoncé.

1.c) Nous avons été surpris par la variété des approches pour cette question relativement simple. Certains, bien que n'ayant pas obtenu l'expression de la densité volumique de courant dans la première partie, l'ont écrite ici correctement, probablement guidés par le jeu de variables indiquées dans la question.

1.d) Question de synthèse dans l'ensemble bien résolue, qui nécessitait d'avoir correctement traité le début de cette **partie II**. Attention toutefois à bien utiliser la dérivée en suivant le mouvement. En général, l'indépendance de la pression par rapport aux coordonnées y et z a été bien associée à la définition du gradient.

2.a) Immédiat à partir de **1.d)** et de l'hypothèse d'un écoulement stationnaire.

2.b) À partir de cette question jusqu'à la fin de la **partie II**, l'énoncé aborde la résolution de l'équation différentielle dans différentes approximations. Les candidats ont abandonné cette partie au fur et à mesure des difficultés rencontrées.

La plupart des étudiants savaient résoudre ce type d'équation différentielle. L'erreur principale était liée à l'utilisation des fonctions trigonométriques à la place des fonctions hyperboliques, soit en raison d'une erreur de signe dans l'équation du **2.a)** soit probablement par habitude et précipitation.

2.c) Attention à bien utiliser la définition mathématique de la moyenne et non la vitesse en un point donné souvent pris en $z = 0$! Sous cette réserve, cette question simple a été bien traitée.

2.d) Question plus délicate, assez discriminante. En moyenne, nous avons attribué un tiers des points seulement. Nous réitérons les recommandations des années précédentes concernant l'application précise des techniques de développement limité en particulier avec des fractions. Quant à la figure, trop de candidats ont dessiné des profils ne respectant pas les conditions aux limites sur les parois. Si l'expression obtenue par le candidat est manifestement erronée et ne permet pas de les vérifier, il est préférable et plus « rentable » d'écrire un commentaire dans ce sens que de dessiner n'importe quoi. Il est toujours appréciable quand un candidat, à défaut de l'obtenir analytiquement, mentionne le résultat attendu intuitivement.

2.e) Là encore une question simple à partir de l'expression du **2.b)** mais qui s'est révélée assez discriminante.

2.f) En principe immédiat à partir de **2.e)**. Il est cependant surprenant que beaucoup d'élèves, après avoir pourtant trouvé à la question précédente que la vitesse était uniforme, dessinent un schéma en contradiction totale avec cette affirmation (par exemple un profil de vitesse fortement piqué en $z = 0$!).

Partie III

Cette partie a été mal traitée dans l'ensemble avec 25% seulement des points attribués en moyenne. Elle aborde l'application pratique du montage étudié avec les utilisations en pompe ou générateur. Cette partie ne dépend des précédentes que par l'expression de K (**partie II**) et pour laquelle certains ont proposé une forme homogène (souvent correcte) afin de continuer le problème. Les notions d'électrocinétique nécessaires se limitaient aux systèmes linéaires (résistances et générateurs). Pourtant, elles ont conduit à de nombreuses confusions, rendant cette **partie III** assez sélective.

1.a) Immédiat à partir du (**II.2.a)** et des simplifications proposées dans la **partie III**. En général correctement traité.

1.b) Notons l'erreur dans l'énoncé : le débit volumique aurait du être exprimé en $m^3 s^{-1}$! Il semble que cette erreur n'ait toutefois pas pénalisé de candidats. De nombreux candidats dès cette question ont mal compris la géométrie du système et le sens de l'écoulement en particulier, inversant ainsi les diverses dimensions.

1.c) Question assez mal traitée, qui introduisait les premières notions d'électrocinétique tout en manipulant les quantités de mécanique des fluides abordées précédemment.

1.d) Le résultat s'obtenait simplement à partir des lois des nœuds et des mailles, il était inutile de tenter d'utiliser des résultats de cours sur les schémas équivalents sans même y parvenir correctement. Il nous semble que de nombreux candidats n'ont pas su se dégager du cours pour entrer dans le problème, cherchant systématiquement à appliquer des formules déjà rencontrées !

1.e,f) Rarement bien traitée, en particulier car cette question nécessitait l'expression de ΔP obtenue à la question précédente. Même avec un résultat correct au **1.d)**, le calcul de la dérivée a posé des difficultés inattendues.

2.a) Question simple qui a permis à de nombreux étudiants de se remettre en selle ...

2.b) ... temporairement ! L'expression de la puissance mécanique n'a que rarement été correcte, sans compter les problèmes de confusion liée à la géométrie déjà mentionnés.

2.c,d) Quelques tentatives fructueuses, plus liées à l'intuition qu'à une véritable démonstration. Néanmoins, très peu de candidats ont abordé ces questions.

2.e) Les copies qui présentent une réponse au moins partiellement correcte à cette question sont extrêmement rares.

Partie IV

Cette partie est presque totalement indépendante du reste du problème, ce qui a été habilement constaté par la majorité des candidats. Les premières questions (**1-4**) sont de plus relativement simples et ont été correctement abordées par de nombreux candidats, les suivantes par contre n'ont pratiquement jamais été traitées. Nous avons attribué 22% des points en moyenne.

1, 2. Applications directes des équations de Maxwell, presque toujours bien traitées.

3. C'est la troisième fois dans le problème que l'on demande la relation entre J , E et B . De nombreux candidats ont fini par la trouver, guidés par les éléments du problème, même quand ils ne la connaissaient pas au niveau de la **partie I**. Par contre, l'obtention

de Jy a posé problème, souvent du fait de l'oubli de l'une des composantes du champ B .

4. Immédiat à partir des questions précédentes mais des erreurs analytiques ont souvent bloqué les candidats.

5, 6, 7. La première difficulté résidait dans la définition des puissances électrique et mécanique. La deuxième consistait évidemment à avoir la bonne expression des champs. Questions très sélectives.

8, 9. Presque jamais traitées même par les meilleures copies (2% des points attribués en moyenne). Elles supposaient pour le calcul de ΔP la résolution correcte des questions précédentes.

Conclusion

Sur cette épreuve les élèves ont eu tendance à rester trop attaché au cours et n'ont pas su s'en dégager dans les quelques questions qui demandaient un peu de recul. Ainsi, ils se sont éparpillés à travers les différentes parties résolvant ici ou là les questions les plus simples. Le problème ne présentait pourtant pas de difficulté majeure.