

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES,
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L' AÉRONAUTIQUE ET DE L' ESPACE
DE TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLECOMMUNICATIONS,
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE, DES MINES DE NANCY,
DES TÉLECOMMUNICATIONS DE BRETAGNE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION
SECONDE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Filière PSI

(Durée de l'épreuve : 4 heures ; l'usage de la calculatrice est autorisé)

Sujet mis à disposition des concours : Cycle international, ENSTIM, INT, TPE-EIVP

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :
Physique II – Filière PSI

L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats de la filière PSI, comporte 7 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler tout commentaire qui vous semblera pertinent, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- Convention typographique : un vecteur est noté en gras, par exemple \mathbf{A} ; le vecteur unitaire pour la coordonnée \mathbf{a} est noté \mathbf{u}_a .

PRODUCTION ET STOCKAGE D'HOLOGRAMMES

L'addition cohérente de deux ondes optiques produit une figure d'interférence, dont l'enregistrement est nommé *hologramme*. L'holographie consiste en l'étude de la production et de l'utilisation d'hologrammes ; elle diffère de l'étude classique d'interférences par la complexité des ondes qui interfèrent et celle du dispositif expérimental. Un hologramme peut produire l'image tridimensionnelle d'un objet. L'utilisation d'hologrammes est largement répandue à des fins publicitaires, éducatives, techniques ou artistiques.

Les deux parties de ce problème sont indépendantes entre elles ; la partie I concerne la production et la restitution d'un certain type d'hologrammes, dits *épais*, la partie II s'intéresse à une méthode d'enregistrement d'hologramme s'appuyant sur l'effet photoréfractif, caractérisé plus bas.

Toutes les longueurs d'onde dont il sera question sont les longueurs d'onde dans le vide.

Partie I : Hologrammes épais

Pour former l'hologramme d'un objet, on utilise (Fig. 1) une onde lumineuse plane monochromatique, de pulsation ω , de longueur d'onde $\lambda_{\text{réf}}$, que l'on sépare en deux faisceaux. L'un des faisceaux sert d'onde de référence ; l'autre faisceau éclaire un objet, et subit simultanément réflexion, réfraction et diffusion. L'hologramme est produit en faisant interférer sur une

plaque photosensible l'onde de référence avec l'onde ayant éclairé l'objet. L'utilisation ultérieure d'un faisceau de lecture (Fig. 2) permettra d'obtenir, en transmission dans ce problème, une onde non plane, de pulsation ω , caractéristique de l'objet.

On note $a(\mathbf{M}, t) = A_{obj}(\mathbf{M}) \exp[i(\omega t - \mathbf{y}(\mathbf{M}))]$ l'amplitude complexe au point M et à l'instant t de l'onde issue de l'objet. Dans le trièdre orthonormé $Oxyz$, l'onde de référence, d'amplitude $A_{réf}$, de phase nulle au point O et à l'instant $t = 0$, est caractérisée par son vecteur d'onde $\mathbf{k}_{réf} = k_{réf}(\mathbf{u}_x \sin \mathbf{j} + \mathbf{u}_z \cos \mathbf{j})$. On la note $A_{réf} \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_{réf} \cdot \mathbf{OM})]$ et l'on suppose, dans tout le problème, l'amplitude $A_{réf}$ de l'onde de référence très supérieure à celle de l'onde issue de l'objet : $\frac{m}{2} = \frac{A_{obj}}{A_{réf}}, |m| \ll 1$.

L'intensité $I(\mathbf{M})$ au point M d'une onde d'amplitude complexe $\underline{g}(\mathbf{M}, t)$ sera conventionnellement définie par le carré du module : $I(\mathbf{M}) = \underline{g}(\mathbf{M}, t) \underline{g}^*(\mathbf{M}, t) = |\underline{g}(\mathbf{M}, t)|^2$.

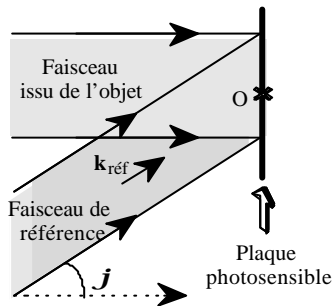


Fig. 1 Enregistrement d'un hologramme

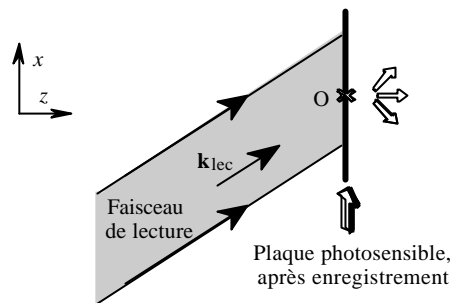


Fig. 2 Lecture en transmission d'un hologramme

On établit aisément (et l'on admettra) l'expression suivante de l'intensité lumineuse $I(\mathbf{M})$ au point M de la plaque photosensible :

$$I(\mathbf{M}) = I_{obj}(\mathbf{M}) + I_{réf} + 2A_{obj}(\mathbf{M})A_{réf} \cos[\mathbf{y}(\mathbf{M}) - \mathbf{k}_{réf} \cdot \mathbf{OM}] \quad [1]$$

On suppose dans tout le problème que l'objet dont on forme l'hologramme est ponctuel et situé à l'infini sur l'axe Oz (Fig. 1) ; il génère alors une onde plane de vecteur d'onde $\mathbf{k}_{obj} = k_{réf} \mathbf{u}_z$, d'amplitude $A_{obj} \ll A_{réf}$ en phase avec l'onde de référence au point O. La phase de cette onde plane est donc : $\mathbf{y}(\mathbf{M}) = \mathbf{y}(x, y, z) = \mathbf{k}_{obj} \cdot \mathbf{OM}$. On admettra, sans chercher à l'établir, que la relation [1] donne, à l'ordre le plus bas en m :

$$I(\mathbf{M}) = I_0 [1 + m \cos(\mathbf{OM} \cdot \Delta \mathbf{k})], \quad [2]$$

où $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_{obj} - \mathbf{k}_{réf}$. La figure d'interférence est enregistrée sur une plaque photosensible parallélépipédique (c'est l'hologramme !). Ce parallélépipède est défini par $-\frac{X}{2} \leq x \leq \frac{X}{2}$, $-\frac{Y}{2} \leq y \leq \frac{Y}{2}$ et $-\frac{e}{2} \leq z \leq \frac{e}{2}$. On suppose $e \ll X$ et $e \ll Y$, inégalités dont on ne manquera pas de tirer les conséquences pratiques, en termes de diffraction. La mémoire holographique est située dans la zone de recouvrement du faisceau de référence et du faisceau issu

de l'objet. En dehors de la mémoire holographique, les ondes se propagent dans l'air, assimilé au vide. On rappelle la relation :
$$\int_{-\frac{u}{2}}^{\frac{u}{2}} \exp\left(2i\mathbf{p} \frac{ax}{l}\right) dx = u \operatorname{sinc}\left(\frac{\mathbf{p}au}{l}\right).$$

Enregistrement et lecture d'un seul hologramme.

□ 1 – L'onde de référence et l'onde issue de l'objet (en phase au point O) sont de même longueur d'onde $\lambda_{\text{réf}}$ et de vecteurs d'onde respectifs $k_{\text{réf}}(\sin\varphi \mathbf{u}_x + \cos\varphi \mathbf{u}_z)$ et $k_{\text{réf}} \mathbf{u}_z$. Déduire de la relation [1] que l'intensité lumineuse à laquelle le point M(x, y, z) de la mémoire holographique est soumis lors de l'enregistrement s'écrit :

$$I(M) = I_0 \left\{ 1 + m \cos \left[2k_{\text{réf}} \times \left[x \cos\left(\frac{\mathbf{j}}{2}\right) - z \sin\left(\frac{\mathbf{j}}{2}\right) \right] \times \sin\left(\frac{\mathbf{j}}{2}\right) \right] \right\} \quad [3]$$

□ 2 – La mémoire holographique est éclairée, comme indiqué Fig. 2. L'élément de volume $d\tau$ entourant un point M de cet objet émet dans ces conditions une onde diffractée en phase avec l'onde de lecture en M, d'amplitude $dA(M) = KA_{\text{lec}} [a + bI(M)] d\tau$, où K, a et b sont des constantes positives réelles et A_{lec} représente l'amplitude de l'onde de lecture. L'amplitude diffractée à l'infini dans la direction de vecteur unitaire $\mathbf{u}_d = \sin\mathbf{q}_d \mathbf{u}_x + \cos\mathbf{q}_d \mathbf{u}_z$ (on néglige donc la diffraction selon Oy) s'écrit :

$$\underline{A}(\mathbf{u}_d) = \iiint_{M \in \text{mémoire}} dA(M) \cdot \exp\{-i\Delta(M, \mathbf{u}_d)\}$$

où $\Delta(M, \mathbf{u}_d)$ représente le déphasage de l'onde émise en M dans la direction \mathbf{u}_d par rapport à l'onde émise dans la même direction par le point O. La longueur d'onde de lecture est λ_{lec} ($k_{\text{lec}} = 2\pi/\lambda_{\text{lec}}$) et son vecteur directeur unitaire est $\mathbf{u}_{\text{lec}} = \sin(\mathbf{q}_{\text{lec}}) \mathbf{u}_x + \cos(\mathbf{q}_{\text{lec}}) \mathbf{u}_z$. Exprimer

$\Delta(M, \mathbf{u}_d)$ en fonction de λ_{lec} et des vecteurs \mathbf{u}_{lec} , \mathbf{u}_d et \mathbf{OM} , puis en fonction de \mathbf{q}_{lec} , \mathbf{q}_d , λ_{lec} et des coordonnées (x, y, z) du point M.

□ 3 – L'amplitude totale $\underline{A}(\mathbf{q}_{\text{lec}}, \mathbf{q}_d)$ de l'onde diffractée à l'infini par la mémoire holographique dans la direction \mathbf{u}_d s'exprime en termes des trois intégrales a_1 , a_2 et a_3 :

Posons $\Delta \sin_{d,l} = \sin(\mathbf{q}_d) - \sin(\mathbf{q}_{\text{lec}})$ et $\Delta \cos_{d,l} = \cos(\mathbf{q}_d) - \cos(\mathbf{q}_{\text{lec}})$

$$\begin{aligned} a_1 &= \int_{-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} dx \int_{-\frac{Y}{2}}^{\frac{Y}{2}} dy \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \exp\{ik_{\text{lec}}(\Delta \sin_{d,l} x + \Delta \cos_{d,l} z)\} \\ &= XY e \operatorname{sinc}\left[\mathbf{p}X \frac{\Delta \sin_{d,l}}{\lambda_{\text{lec}}}\right] \times \operatorname{sinc}\left[\mathbf{p}e \frac{\Delta \cos_{d,l}}{\lambda_{\text{lec}}}\right] \end{aligned}$$

et, de manière similaire :

$$a_2 = (\dots) = XY e \operatorname{sinc}\left[\mathbf{p}X \left(\frac{\Delta \sin_{d,l}}{\lambda_{\text{lec}}} - \frac{2 \sin \frac{\mathbf{j}}{2} \cos \frac{\mathbf{j}}{2}}{\lambda_{\text{ref}}}\right)\right] \times \operatorname{sinc}\left[\mathbf{p}e \left(\frac{\Delta \cos_{d,l}}{\lambda_{\text{lec}}} + \frac{2 \sin^2 \frac{\mathbf{j}}{2}}{\lambda_{\text{ref}}}\right)\right]$$

$$\begin{aligned}
 a_3 &= \iiint dxdydz \exp \left\{ i \left[\left(k_{lec} \Delta \sin_{d,l} + 2k \sin \frac{\mathbf{j}}{2} \cos \frac{\mathbf{j}}{2} \right) x + \left(k_{lec} \Delta \cos_{d,l} - 2k \sin^2 \frac{\mathbf{j}}{2} \right) z \right] \right\} \\
 &= XYe \operatorname{sinc} \left[\mathbf{p} X \left(\frac{\Delta \sin_{d,l}}{I_{lec}} + \frac{2 \sin \frac{\mathbf{j}}{2} \cos \frac{\mathbf{j}}{2}}{I_{ref}} \right) \right] \times \operatorname{sinc} \left[\mathbf{p} e \left(\frac{\Delta \cos_{d,l}}{I_{lec}} - \frac{2 \sin^2 \frac{\mathbf{j}}{2}}{I_{ref}} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Déterminer en fonction de \mathbf{q}_{lec} la valeur de \mathbf{q}_d pour laquelle le terme indépendant de m dans $\underline{A}(\mathbf{q}_{lec}, \mathbf{q}_d)$ est maximal. Estimer la largeur angulaire du pic principal de diffraction pour ce terme. Que dire de ce terme en dehors de son maximum principal ?

□ 4 – Montrer que la contribution à $\underline{A}(\mathbf{q}_{lec}, \mathbf{q}_d)$ des deux termes dépendant de m ne prend de valeurs notables, (compte tenu des ordres de grandeur de e , X , I_{lec} et I_{ref}) que si les angles \mathbf{q}_d , \mathbf{q}_{lec} et \mathbf{j} , tous supposés petits (devant \mathbf{p} , par exemple), sont reliés par les relations, respectivement :

$$\begin{aligned}
 \left[\mathbf{q}_{lec} = \left(1 + \frac{I_{lec}}{I_{ref}} \right) \frac{\mathbf{j}}{2}, \quad \mathbf{q}_d = \left(1 - \frac{I_{lec}}{I_{ref}} \right) \frac{\mathbf{j}}{2} \right] \\
 \left[\mathbf{q}_{lec} = \left(1 - \frac{I_{lec}}{I_{ref}} \right) \frac{\mathbf{j}}{2}, \quad \mathbf{q}_d = \left(1 + \frac{I_{lec}}{I_{ref}} \right) \frac{\mathbf{j}}{2} \right]
 \end{aligned}$$

□ 5 – Quel est le nombre de pics principaux de diffraction observés lorsque l'angle \mathbf{q}_{lec} varie ?

□ 6 – Dans cette question et dans la suivante, on suppose $I_{lec} = I_{ref}$. Vérifier que l'on observe, pour $\mathbf{q}_{lec} = \mathbf{j}$, un pic de diffraction dans la direction $\mathbf{q}_d = 0$, correspondant à la reconstitution de l'image de l'objet dont on enregistre l'hologramme, et d'intensité proportionnelle à m^2 .

□ 7 – On considère le terme associé à cette reconstitution de l'image. C'est un produit de deux facteurs. Montrer que, lorsque les angles sont petits, l'un des facteurs de ce terme est beaucoup plus sensible aux variations de I_{lec} et \mathbf{q}_{lec} que l'autre. Dans le cas où $\mathbf{q}_{lec} = \mathbf{j}$, déterminer la plus petite valeur absolue $|\mathbf{d}|$ de l'écart $\mathbf{d} = \mathbf{q}_{lec} - \mathbf{j}$ pour laquelle ce terme s'annule dans la direction $\mathbf{q}_d = 0$. Remarque que, pour une plaque donnée, $|\mathbf{d}|$ ne dépend que de I_{ref} .

Deux types d'enregistrement d'hologrammes multiples

Lorsque plusieurs hologrammes sont enregistrés dans la même mémoire, on admettra que les résultats précédents sont valables pour chacun d'entre eux.

□ 8 – Dans un premier type d'enregistrement, la longueur d'onde I_{ref} de l'onde de référence est identique pour les deux hologrammes et \mathbf{j} prend respectivement les valeurs \mathbf{j}_1 et \mathbf{j}_2 , petites devant \mathbf{p} . L'onde de lecture est caractérisée par $I_{lec} = I_{ref}$ et $\mathbf{q}_{lec} = \mathbf{j}_1$, de manière à reconstituer l'image associée à l'hologramme 1 dans la direction $\mathbf{q}_d = 0$. La reconstitution est dite correcte si $|\mathbf{q}_{lec} - \mathbf{j}_2| > 2|\mathbf{d}|$. Quelle est la signification physique de cette inégalité ?

□ 9 – Dans un second type d'enregistrement, l'angle de référence \mathbf{j} est identique pour les

deux hologrammes et les longueurs d'onde prennent, respectivement, les valeurs I_1 et I_2 . L'onde de lecture est caractérisée par $I_{lec} = I_1$ et $q_{lec} = j$.

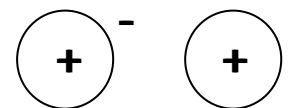
Montrer, en vous inspirant de la question 8, que la reconstitution de l'image associée à l'hologramme 1 peut être dite correcte si $|I_{lec} - I_2|$ est supérieur à un certain seuil, dont on donnera l'expression. Calculer le nombre d'hologrammes enregistrables dans une plage de longueurs d'onde I autour d'une valeur centrale I_0 , pour $I_0 = 500$ nm, $I = 10$ nm, $X = 2$ cm et $j_0 = 0,1$ rad.

Partie II : Stockage d'hologrammes

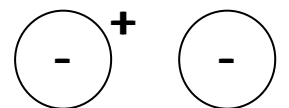
Cette partie, indépendante de la précédente, étudie une méthode d'enregistrement d'un hologramme. On se limite à des phénomènes unidimensionnels selon l'axe Ox. L'intensité lumineuse éclairant le milieu lors de l'enregistrement s'exprime par $I(x) = I_0 [1 + m \cos(kx)]$, avec $m \in [0, 1[$. L'information sur l'objet holographié est contenue dans le terme de modulation spatiale $I_0 m \cos(kx)$.

Stockage dans un cristal photoréfractif

Un cristal photoréfractif est un cristal transparent dont l'indice est modifiable par éclairage. Il est modélisé par une matrice de permittivité diélectrique statique ϵ , dans laquelle sont présents deux types de sites, l'un et l'autre fixes dans le réseau :



Neutre D^0 Ionisé D^+



Neutre A^0 Ionisé A^-

- Des sites donneurs d'électrons notés (D), qui peuvent chacun s'ioniser en libérant un électron, pour former un site chargé (D^+). On note N_D la densité particulière totale de ces sites et on la suppose uniforme et constante. On note $N_D^+(x, t)$ la densité particulière de sites ionisés (D^+) à l'abscisse x et à l'instant t . Avec les notations du tableau ci-dessous, $N_D = N_D^0 + N_D^+$.

- Des sites accepteurs, notés (A), qui peuvent chacun capter un électron pour former un site chargé (A^-). La densité particulière totale de ces sites, notée N_A , est uniforme et constante. Dans les conditions de cette étude, tous les accepteurs sont ionisés : $N_A = N_A^-$.

On suppose enfin N_D très supérieur aux autres densités particulières, en particulier $N_D \approx N_D^0$.

Type	Symb.	Conc.
Donneur neutre	D^0	N_D^0
Donneur ionisé	D^+	$N_D^+(x, t)$
Accepteur ionisé	A^-	$N_A^- = N_A$
Électron	e	$N_e(x, t)$

Le courant électrique dans le cristal est uniquement dû aux électrons libérés par l'ionisation des donneurs. La densité particulière d'électrons libres à l'abscisse x et à l'instant t est notée $N_e(x, t)$.

Ionisation des donneurs : deux mécanismes

L'ionisation des donneurs résulte du transfert spontané des électrons en sites (D) vers les sites (A) ; l'inégalité $N_D \gg N_A$ permet donc l'ionisation totale des accepteurs.

L'ionisation de sites D se produit aussi lorsque le cristal est éclairé par une onde lumineuse d'intensité

$I(x)$. À l'instant t et à l'abscisse x , le nombre de sites (D) ionisés par unité de temps et de volume est donc, pour ce mécanisme, $\mathbf{a} I(x) [N_D - N_D^+(x,t)] \approx \mathbf{a} I(x) N_D$, où \mathbf{a} est une constante positive.

Neutralisation des donneurs

Les électrons libres peuvent se recombiner avec les sites ionisés (D^+) et les neutraliser. Le nombre de recombinaisons par unité de temps et de volume est $\mathbf{b} N_D^+(x,t) N_e(x,t)$, où \mathbf{b} est une autre constante caractéristique du cristal. On a donc, pour $t > 0$:

$$\frac{dN_D^+}{dt} = \mathbf{a} I(x) [N_D - N_D^+(x,t)] - \mathbf{b} N_D^+(x,t) N_e(x,t).$$

Avant irradiation, $N_D^+(x,0) = N_A$ et $N_e(x,0) = 0$.

□ 10 – Justifier que, immédiatement après l'irradiation, l'ionisation des sites (D) est plus importante dans les zones d'éclairement maximal. Rappeler la loi de Fick pour la diffusion particulière (on notera D la constante qui intervient dans cette loi). Préciser la direction des courants électriques *de diffusion* qui résultent de l'éclairement.

□ 11 – Quel est, dans les régions d'éclairement maximal, le signe de la densité volumique de charge associée à la diffusion des électrons libres ? Même question pour les zones d'éclairement minimal. En déduire la direction du champ électrique \mathbf{E}_c dans une région située entre une zone d'éclairement maximal et une zone d'éclairement minimal.

□ 12 – Quelle est l'influence de ce champ électrique sur les mouvements des électrons libres dans le cristal ?

□ 13 – On pose $\mathbf{E}_c = E_c(x, t) \mathbf{u}_x$ et on note \mathbf{j}_e la densité de courant électrique dû aux mouvements des électrons libres. Quelle est l'expression de E_c/x en fonction de ϵ , e , N_e , N_A ($\equiv N_A^-$) et N_D^+ ? Exprimer la conservation de la charge (équation de continuité) reliant \mathbf{j}_e aux densités particulières N_e , N_A et N_D^+ . Justifier, pour un cristal électriquement isolé, la nullité de \mathbf{j}_e en régime permanent.

□ 14 – Le flux d'électrons est la somme du flux diffusif \mathbf{j}_{diff} , qui suit la loi de Fick, et du flux $\mathbf{j}_{dér}$, dû au champ électrique \mathbf{E}_c dérivant du potentiel $V(x)$. À l'équilibre thermodynamique, la densité des électrons est donnée par la loi de Boltzmann $N_e(x) = N_0 \exp\left(\frac{eV(x)}{k_B T}\right)$, où k_B représente la constante de Boltzmann, e la charge élémentaire ($e > 0$) et T la température. Quelle relation en résulte-t-il entre $N_e(x)$, dN_e/dx et $E_c(x)$? En déduire l'expression de $\mathbf{j}_{dér}(x)$ à l'équilibre en fonction de $N_e(x)$ et $\mathbf{E}_c(x)$. La vitesse de dérive des électrons à l'équilibre s'écrivant $\mathbf{v}_{dér} = -\mu \mathbf{E}_c$, déterminer μ en fonction de e , D , k_B et T ; c'est la *relation d'Einstein*.

□ 15 – Admettant que la relation d'Einstein reste applicable en régime lentement variable (même si $N_e(x)$ n'est plus celui qui est donné par la loi de Boltzmann), exprimer la densité de courant électrique total en présence du champ électrique \mathbf{E}_c .

□ 16 – On suppose à partir d'ici qu'un état stationnaire est atteint. Déduire des questions précédentes les équations suivantes modélisant le comportement du milieu en régime permanent :

$$\mathbf{a}I(x)N_D - \mathbf{b}N_D^+(x)N_e(x) = 0 \quad [4]$$

$$\frac{dE_c}{dx} = \frac{e}{\mathbf{e}} [N_D^+(x) - N_A - N_e(x)] \quad [5]$$

$$\frac{dN_e}{dx} = -\frac{e}{k_B T} N_e(x) E_c(x) \quad [6]$$

□ 17 – L'intensité lumineuse dans le cristal est ici uniforme ($m = 0$). Que vaut alors le champ électrique \mathbf{E}_c ? On cherche en régime permanent la solution uniforme des équations précédentes. Établir l'équation vérifiée par N_e en fonction de \mathbf{a} , \mathbf{b} , I_0 , N_D et N_A . Exprimer ensuite N_e dans l'hypothèse où $N_e \ll N_A$. Quelle est l'inégalité relative à I_0 équivalente à cette hypothèse ?

□ 18 – Le taux de modulation m est supposé ici non nul, et petit devant 1. Le terme de modulation spatiale de l'intensité apparaît alors comme une petite perturbation du terme principal ; on pose $N_e(x) = N_0 + \Delta N \cos(kx + \mathbf{f})$, où N_0 est la valeur de N_e quand $m = 0$ et \mathbf{f}

un déphasage. Les grandeurs m et $\frac{\Delta N}{N_0}$ seront considérées comme des infiniment petits d'ordre 1. À partir des relations [5] et [6], déterminer l'expression de $E_c(x)$ puis de $N_D^+(x)$ à l'ordre 1. En reportant l'expression de N_D^+ dans la relation [4], et en ne conservant que les termes d'ordre au plus égal à 1, montrer que l'on retrouve pour N_0 l'équation vérifiée par N_e à la question 17, ainsi qu'une équation permettant de déterminer \mathbf{f} et N . Dans le cas où N_0

$\ll N_A$, exprimer N puis le champ $E_c(x)$ en fonction de x , m , k_B , T , e , k et $\ell_D = \sqrt{\frac{\mathbf{e}k_B T}{e^2 N_A}}$.

□ 19 – Le champ électrique $E_c(x)$ présent dans le matériau entraîne une variation locale de l'indice de réfraction $\Delta n(x) = -\frac{n_0^3 r}{2} E_c(x)$, proportionnelle à $E_c(x)$; n_0 représente l'indice (uniforme) du milieu en l'absence du champ et r une constante caractéristique du milieu. Établir l'expression de la variation d'indice $\Delta n(x)$ en fonction de m , k_B , T , e , k , ℓ_D et r . La modulation $\Delta n(x)$ d'indice du milieu qui apparaît lors de l'illumination par l'intensité $I(x)$ reproduit-elle la forme exacte de la modulation $mI_0 \cos(kx)$ de $I(x)$? Que se passerait-il si $I(x)$ n'était pas purement harmonique ?

□ 20 – Résumer l'ensemble de l'étude précédente en discutant la notion de *mémoire* que l'on peut attacher à ce système. Comment peut-on effacer les hologrammes enregistrés dans ce milieu photoréfractif ? La lecture d'un hologramme est-elle susceptible de l'effacer ?

□ 21 – Donner l'ordre de grandeur de Δn pour le titanate de baryum BaTiO_3 , où $\ell_D = 1,7 \mu\text{m}$, $r = 10^{-9} \text{ m.V}^{-1}$, $n_0 = 2,5$ et $T = 300 \text{ K}$.

L'éclairement est caractérisé par $m = 0,1$ et $2\delta/k = 3 \mu\text{m}$.

Charge électrique élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.

FIN DE L'ÉPREUVE