

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES,
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L' AÉRONAUTIQUE ET DE L' ESPACE
DE TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLÉCOMMUNICATIONS,
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE, DES MINES DE NANCY,
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI)
CONCOURS D' ADMISSION
PREMIÈRE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Filière MP

(Durée de l'épreuve : 3 heures ; l'usage de la calculatrice est autorisé)

Sujet mis à disposition des concours : Cycle international, ENSTIM, INT, TPE-EIVP

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

Physique I – Filière MP

L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats de la filière MP, comporte 6 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler tout commentaire qui vous semblera pertinent, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

La surface de la Lune

On se propose d'étudier deux aspects de la surface lunaire : la température de surface et le sol. Ces deux parties sont indépendantes entre elles.

Dans tout le problème, étoile et planètes seront considérées comme des sphères en équilibre thermique, et qui se comportent comme des corps noirs.

◆ **Important** : on trouvera en pages 5 et 6 un ensemble de données relatives à ce problème ; ces données complètent (ou, à l'occasion, répètent) celles de l'énoncé. Quelques-unes de ces données pourront servir plusieurs fois ; d'autres n'ont de valeur qu'informative. Quand l'énoncé ne les indique pas, il appartient aux candidats de repérer et d'utiliser les données utiles pour la résolution de certaines questions.

◆ Les questions numérotées avec un astérisque (par exemple, □ 4*) sont de type essentiellement qualitatif ; elles demandent peu de calculs, voire pas du tout.

Partie I Températures de surface

Température terrestre

- *Un modèle bien fruste*

□ 1 – On modélise la surface de la Terre par une coquille sphérique de température uniforme, en équilibre thermodynamique : puissance absorbée et puissance émise sont égales. Soit P_S la puissance totale émise par le Soleil. Exprimer P_S en fonction du rayon solaire R_S et

de la température solaire T_S . Exprimer, en fonction de P_S , la puissance P_0 reçue par la Terre, à la distance D_{ST} du Soleil, supposé ponctuel. Exprimer alors la température de surface de la Terre, T_T .

□ 2 – En réalité, la puissance absorbée par la surface de la Terre n'est qu'une fraction de la puissance du rayonnement solaire incident : la surface terrestre réfléchit la fraction A_T , nommée *albédo*, de ce rayonnement. L'albédo moyen de la Terre est égal à 0,35, ce qui signifie que 65 % du rayonnement solaire incident est absorbé. Établir l'expression suivante de la température de surface de la Terre :

$$T_T^4 = \left(\frac{R_S}{2D_{ST}} \right)^2 (1 - A_T) T_S^4 .$$

□ 3 – Calculer alors la valeur numérique de T_T ; ne pas s'offusquer de la valeur trouvée à partir de ce premier modèle.

- *Influence de l'atmosphère terrestre*

L'atmosphère joue un rôle essentiel dans le bilan thermique terrestre. Désormais, on entendra par « Terre » la planète proprement dite, de rayon R_T , entourée d'une pellicule sphérique de gaz, qui constitue l'atmosphère.

L'atmosphère est modélisée par une couche d'épaisseur $e \ll R_T$ et de température uniforme T_a ; elle absorbe la fraction a du rayonnement solaire non réfléchi ; elle absorbe aussi la totalité du rayonnement du corps noir émis par la surface de la Terre. La Terre absorbe la totalité du rayonnement émis par l'atmosphère vers celle-ci (Fig. 1).

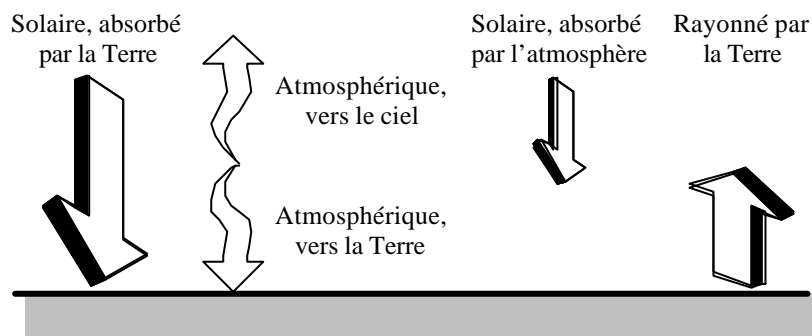


Fig. 1 : un bilan des rayonnements

□ 4* – À quoi pourrait être due la différence d'absorption de l'atmosphère pour les rayonnements solaire et terrestre ?

□ 5 – Soit T_T' la température superficielle moyenne de la Terre calculée en tenant compte de l'influence de l'atmosphère. Exprimer R_1 , puissance solaire absorbée par la surface terrestre ; exprimer R_2 , puissance rayonnée par l'atmosphère vers la Terre. Effectuer un bilan thermique pour l'atmosphère. En déduire la relation $T_T'^4 = (2 - a) T_T^4$.

□ 6 – Application numérique : calculer T_T' pour $a = 0,35$ (l'égalité $a = A_T$ est fortuite).

□ 7 – Montrer que la température de l'atmosphère, T_a , est égale à T_T .

Température lunaire

- *Température de la surface ensoleillée*

L'albédo moyen de la Lune, A_L , est égal à 0,073 : 92,7 % du flux solaire est absorbé par le sol. On suppose l'albédo uniforme sur toute la surface éclairée.

□ 8 – Exprimer et calculer la valeur numérique de la température de surface de la Lune, $T_{L,Soleil}$, en ne tenant compte que du rayonnement solaire.

□ 9* – L'hypothèse d'une température uniforme pour la Lune n'est pas conforme à la réalité : la surface lunaire présente de gros écarts de température. Représenter sur un schéma la position, par rapport au Soleil, de la zone de températures les plus élevées.

□ 10 – Effectuer un bilan thermique pour une surface élémentaire de cette zone et en déduire $T_{L,max}$, la température maximale à la surface de la Lune. La valeur expérimentale est de l'ordre de 120°C.

- *Le « clair de Terre ».*

Lorsque l'axe Soleil-Lune est perpendiculaire à l'axe Lune-Terre, on cherche à déterminer la température superficielle de la Lune en un point M éclairé uniquement par la Terre. Ce point reçoit le rayonnement de deux corps noirs de nature différente, celui du Soleil, réfléchi par la Terre, et celui de l'atmosphère terrestre.

□ 11 – Évaluer la puissance surfacique de chacun de ces rayonnements.

□ 12 – Déterminer la température maximale à la surface de la Lune uniquement éclairée par la Terre : $T'_{L,Terre}$.

□ 13* – Comment serait modifiée la température d'un point M' situé dans la zone éclairée par le Soleil si l'on tenait compte également du rayonnement terrestre ?

□ 14* – Un instrument situé à la surface de la Lune détecte un rayonnement visible et un rayonnement infrarouge. Indiquer le domaine de longueurs d'onde caractéristique de chacun de ces rayonnements. Le résultat sera donné en micromètres.

□ 15* – À quel domaine de longueurs d'onde appartient le rayonnement thermique émis par la Lune ? quelle est l'origine du rayonnement visible provenant de la Lune ?

- *Influence de la radioactivité*

La Lune contient des roches radioactives, essentiellement ^{238}U et ^{40}K . La puissance volumique moyenne libérée par les roches lunaires, p_L , a été évaluée à 10^{-8} W.m^{-3} .

□ 16 – Exprimer la température superficielle de la Lune, $T_{L,Roches}$, pour les zones à l'ombre du Soleil et de la Terre et en ne tenant compte que de l'apport énergétique radioactif.

□ 17* – La radioactivité modifie-t-elle de façon significative la température dans les zones très éclairées ?

Partie II Le sol lunaire

Modélisations

Le sol lunaire est bombardé et réduit en poussière par les météorites et le vent solaire, constitué essentiellement de protons et d'électrons. La composition du sol lunaire est proche de celle des silicates, dont quelques caractéristiques physiques sont indiquées pages 5 et 6. La couche supérieure, très fine, est représentée par un empilement compact de sphères de

silicates, de rayon R_{Sil} et de température uniforme (Fig. 2). Le contact entre les sphères est supposé ponctuel. On note c la distance verticale minimale entre deux sphères en positions semblables : $c = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} R_{Sil} \approx 1,633 R_{Sil}$. Dans une telle structure compacte, le volume occupé par les sphères est de l'ordre de 74 % du volume de l'empilement.

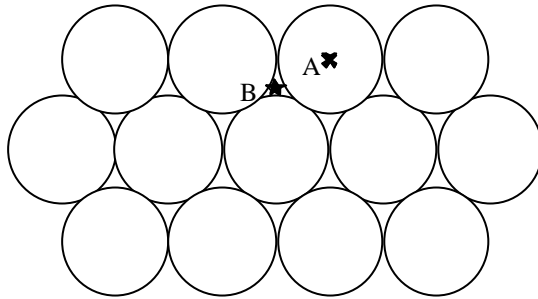


Fig. 2 : Le plan inférieur de l'empilement compact est constitué de sphères dont les centres sont notés A. Une couche identique de sphères, dont les centres sont à l'â-pic des points de type B, est superposée à ce plan. Les centres des sphères de la troisième couche sont en sites de type A, et ainsi de suite (empilement de type ABAB ...).

□ 18* – Justifier qu'avec un tel modèle les échanges thermiques entre les sphères soient limités au rayonnement.

□ 19* – L'empilement précédent est maintenant modélisé par un ensemble de plans parallèles opaques, placés dans le vide, séparés par la distance $c/2$. Que pensez-vous de ce modèle ?

□ 20 – On suppose que l'écart de température ΔT d'un plan à l'autre est très petit devant la température

de ces plans. La puissance surfacique émise à l'équilibre thermodynamique par un corps de température T est $P = \sigma T^4$, où σ est la constante de Stefan. Exprimer à l'aide de ces hypothèses le flux thermique J_Q qui se propage de plan en plan dans la direction perpendiculaire à ces derniers. Montrer que l'on peut caractériser le milieu ainsi modélisé par un coefficient de conductivité thermique dépendant de la température de la forme $I(T) = A(R_{Sil}, \sigma) T^n$; trouver la valeur de n et l'expression de A .

□ 21 – La dimension des grains de poussière est, en ordre de grandeur, $R_{Sil} \approx 100 \mu\text{m}$; comparer l'ordre de grandeur de $I(T)$ obtenu avec ce modèle avec la valeur expérimentale de la conductivité des silicates : $K_{Sil} \approx 1,11 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$.

□ 22 – Comparer la densité d et la capacité calorifique massique c de la couche supérieure avec d_{Sil} et c_{Sil} .

□ 23* – Il est généralement admis que ce sont les couches les plus profondes qui ont les caractéristiques physiques les plus voisines de celles des modèles ci-dessus. Pourquoi ?

Influence de l'impact des météorites

On admet que les météorites heurtant la surface lunaire ont même composition que le sol lunaire. On rappelle que le référentiel de Copernic, ou référentiel héliocentrique, est lié au centre de masse du système solaire et que ses axes pointent vers des étoiles réputées fixes. Le référentiel de Copernic est supposé galiléen.

□ 24 – Vérifier que la vitesse d'impact d'une météorite frappant la surface lunaire et de vitesse négligeable dans le référentiel de Copernic est de l'ordre de $3 \times 10^4 \text{ m.s}^{-1}$.

□ 25 – Montrer que l'impact d'une météorite de masse m_1 peut dégager une énergie suffisante pour porter à l'état liquide une masse m_2 de la surface de la Lune. Déterminer puis calculer le rapport m_2/m_1 .

□ **26*** – La solidification du matériau en fusion n'est pas sans effet sur la nature des transferts thermiques ultérieurs. Vers quelle valeur se rapproche alors la conductivité thermique calculée précédemment ?

Fin de l'énoncé

Fin du problème

Données numériques (avec une précision variable)

Soleil

- Rayon $R_S \approx 7 \times 10^5$ km
- Température de surface $T_S \approx 5800$ K
- L'angle solide sous lequel on voit la Terre depuis le Soleil est $\rho \frac{R_T^2}{D_{ST}^2}$

Terre

- Rayon terrestre $R_T \approx 6,38 \times 10^3$ km
- Distance Terre-Soleil $D_{ST} \approx 1,5 \times 10^8$ km
- Masse terrestre $M_T \approx 6 \times 10^{24}$ kg
- Albédo $A_T \approx 0,35$

Lune

- Rayon lunaire $R_L = 1740$ km
- Masse lunaire $M_L = 7,7 \times 10^{22}$ kg
- Distance Terre-Lune $D_{LT} \approx 3,84 \times 10^5$ km
- Période du mouvement circulaire autour de la Terre $P_{TL} \approx 27,25$ jours (en restant dans le plan de l'orbite terrestre)
- Période de rotation propre de la Lune $P_L = P_{TL} \approx 27,25$ jours . La Lune présente ainsi toujours la même face à la Terre.

Silicates

- Densité $d_{sil} \approx 2,51$
- Conductivité thermique $K_{sil} \approx 1,11 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$
- Capacité calorifique massique $c_{sil} \approx 860 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- Ordre de grandeur du rayon $R_{sil} \approx 100 \text{ }\mu\text{m}$
- Température de fusion du silicate $T_f \approx 1500$ K
- Chaleur latente de fusion $L_f \approx 130 \text{ kJ.kg}^{-1}$

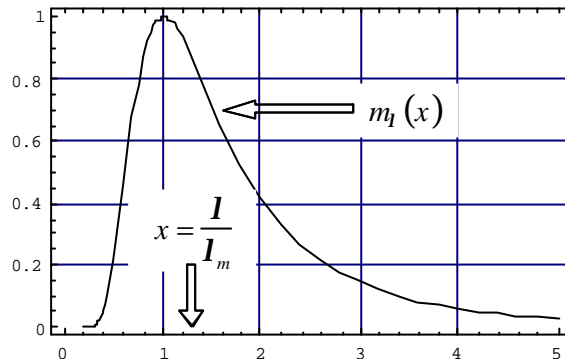
Constantes physiques

- Célérité de la lumière dans le vide $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- Constante de la gravitation $G \approx 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$
- Constante de Planck $h \approx 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ $\left(\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 10^{-34} \text{ J.s} \right)$
- Constante de Boltzmann $k_B \approx 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
- Charge électrique élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Masse de l'électron $m_e \approx 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Constante de Stefan $s = 5,7 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

- Nombre d'Avogadro $N_A \approx 6,02 \times 10^{23}$
- Permittivité du vide $\epsilon_0 \approx 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits $R = N_A k_B \approx 8,31 \text{ J.mol}^{-1} . \text{K}^{-1}$

Données physiques

Loi de rayonnement du corps noir (loi de Planck)



L'exitance M (en W.m^{-2}) d'une source est la puissance totale qu'elle émet par unité de surface, toutes directions et toutes longueurs d'onde confondues.

La loi de Stefan stipule que l'exitance d'un corps noir augmente comme la quatrième puissance de sa température : $M = \sigma T^4$.

L'exitance spectrale $M(\lambda)$ est la puissance émise à la température T par l'unité

de surface du corps noir dans l'intervalle spectral $[\lambda, \lambda + d\lambda]$: $dM = M(\lambda)d\lambda$.

Son expression est $M(\lambda) = 2\pi^5 k_B^4 T^5 / 15hc^2 \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{k_B T \lambda}\right) - 1}$. L'exitance spectrale est maximale

pour la longueur d'onde λ_m liée à la température par la relation $A = \lambda_m T = 2898 \text{ K} \cdot \mu\text{m}$. On a

donc $M(\lambda) = \frac{2\pi^5 k_B^4 T^5}{15hc^2} \left(\frac{\lambda_m}{\lambda}\right)^5 \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{k_B A} \frac{\lambda_m}{\lambda}\right) - 1}$. Posons $x = \frac{\lambda}{\lambda_m}$; la figure ci-dessus

représente la fonction $m_l(x) = \frac{M(\lambda)}{M(\lambda_m)} = \frac{1}{x^5} \frac{\exp\left(\frac{hc}{Ak}\right) - 1}{\exp\left(\frac{hc}{Akx}\right) - 1}$.

Formule mathématique

$\text{div} [\text{grad}(f)] = \Delta f$.