J. 13 1030

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2013**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve optionnelle obligatoire de

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissements
8 pages de texte recto/verso

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ENAC
ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 8 avril 2013

DE : Sylvie BESSE	**Tél .:** +33 (0) 5 62 17 44 37	**Fax :**+33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2013

ERRATA

POUR L'ÉPREUVE DE PHYSIQUE OPTIONNELLE

Page 1 – Question n° 1 – ligne 7

En début de ligne,

Au lieu de : A' étant un point de...

Lire : A étant un point de

7, avenue Edouard Belin - BP 54005 - 31055 Toulouse Cedex 4
Tél. + 33 (0) 5 62 17 40 00 - Fax + 33 (0) 5 62 17 40 23
www.enac.fr

ÉCOLE NATIONALE D'AVIATION CIVILE **ICNA 2013**

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve optionnelle obligatoire de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

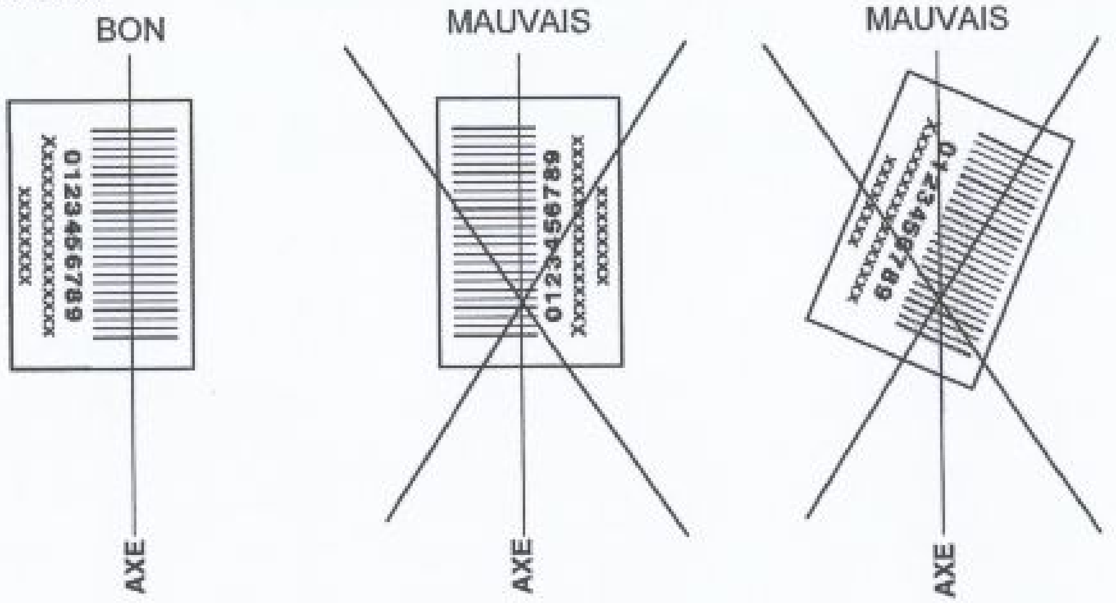
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve optionnelle obligatoire de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous seront fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page SVP

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.

▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

a) $\lim_{P \to 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
b) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

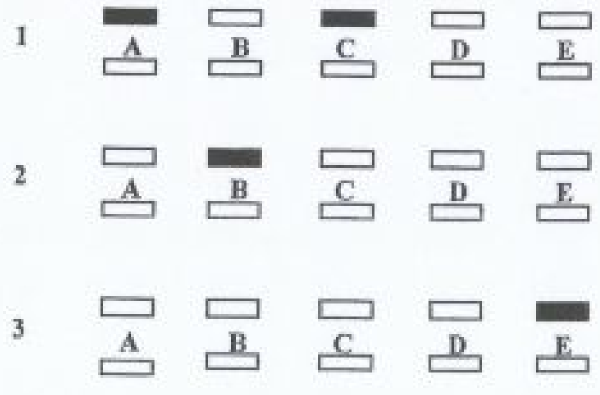
Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

a) $\vec{j} = \dfrac{\vec{E}}{\sigma}$ b) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ c) $\vec{E} = \sigma^2 \vec{j}$ d) $\vec{j} = \sigma^2 \vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

a) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
c) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \dfrac{T_2}{T_1}$
d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENTS

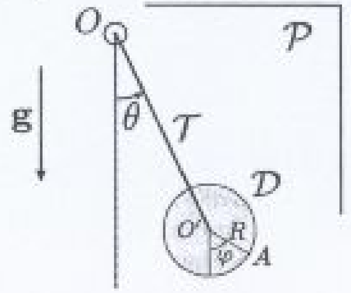
Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Conformément aux notations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras.

QUESTIONS LIEES

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
[8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]
[15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]
[22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]
[29, 30, 31, 32, 33, 34]
[35, 36, 37, 38, 39, 40]

1. Une tige homogène $\mathcal{T}$, de masse m et de longueur L, oscille dans un plan $\mathcal{P}$ vertical. Son extrémité O, fixe dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$, réalise une liaison pivot parfaite. On fixe à l'autre extrémité de la tige, le centre O' d'un disque $\mathcal{D}$ homogène et de même masse m, de rayon R, contenu en permanence dans $\mathcal{P}$ et capable de tourner sans frottement (liaison parfaite) autour de son axe de symétrie de révolution. Le moment d'inertie de $\mathcal{D}$ par rapport à cet axe est $I_d = mR^2/2$. On repère la position de $\mathcal{T}$ grâce à l'angle θ qu'elle fait avec la verticale, et celle du disque, par l'angle φ que forme un rayon $O'A$ avec la verticale, A' étant un point de $\mathcal{D}$ (Fig. ci-après). On désigne par g l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



Que vaut le moment d'inertie I de la tige en O ?

A) $I = \frac{1}{2}mL^2$ B) $I = \frac{1}{3}mL^2$ C) $I = \frac{1}{4}mL^2$ D) $I = \frac{1}{5}mL^2$

2. En appliquant le théorème du moment cinétique dans le référentiel du centre de masse du disque (référentiel barycentrique), exprimer $\dot{\varphi}$ au cours du temps t, à l'aide de ω et k qui sont des constantes qui dépendent des conditions initiales :

A) $\dot{\varphi} = 0$ B) $\dot{\varphi} = \omega$ C) $\dot{\varphi} = \omega + kt$ D) $\dot{\varphi} = \frac{1}{2}kt^2$

3. Exprimer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_{k,b}$ de $\mathcal{T}$ dans $\mathcal{R}$:

A) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$ B) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{4}mL^2\dot{\theta}^2$ C) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2$ D) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{10}mL^2\dot{\theta}^2$

4. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_p$ du système complet tige+disque (on choisira l'origine des énergies potentielles lorsque $\theta = 0$)?

A) $\mathcal{E}_p = 2m(1-\cos\theta)gL$
C) $\mathcal{E}_p = \frac{4}{3}m(1-\cos\theta)gL$
B) $\mathcal{E}_p = \frac{3}{2}m(1-\cos\theta)gL$
D) $\mathcal{E}_p = \frac{11}{5}m(1-\cos\theta)gL$

5. Exprimer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_{k,d}$ du disque dans $\mathcal{R}$.

A) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{4}mR^2\omega^2$
C) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{4}mR^2(\omega^2 + kt) + \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$
B) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$
D) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{4}mR^2\omega^2 + \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$

6. L'équation du mouvement de la tige se met sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$$

Déterminer ω_0.

A) $\omega_0 = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ B) $\omega_0 = \left(\frac{3g}{4L}\right)^{1/2}$ C) $\omega_0 = \left(\frac{8g}{5L}\right)^{1/2}$ D) $\omega_0 = \left(\frac{9g}{8L}\right)^{1/2}$

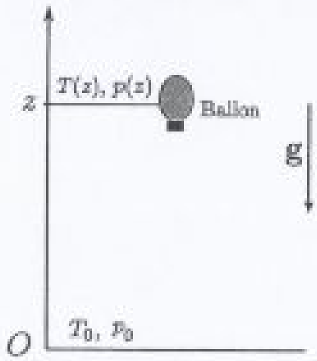
Tournez la page SVP

7. Exprimer la pulsation ω_0' des oscillations obtenues si l'on rend le disque solidaire de la tige, c'est-à-dire si $\varphi(t) = \theta(t)$, lorsque $R = L/\sqrt{3}$:

A) $\omega_0' = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ B) $\omega_0' = 2\left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ C) $\omega_0' = \omega_0$ D) $\omega_0' = \left(\frac{4g}{5L}\right)^{1/2}$

---

8. Un ballon atmosphérique est constitué d'une nacelle de volume négligeable et d'une enveloppe, dont le volume peut varier entre 0 et V_{max}. On note m la masse du système constitué par la nacelle et l'enveloppe *vide*. On introduit dans cette dernière un gaz assimilé à un gaz parfait de masse molaire M_g. La pression atmosphérique et la température au niveau du sol sont notées respectivement p_0 et T_0. L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M_a, en équilibre hydrostatique dans un champ de pesanteur uniforme d'intensité g (Fig. ci-après). Dans la troposphère où vole ce ballon, la température est bien représentée par la variation suivante avec l'altitude z, dont l'origine est prise au niveau du sol : $T(z) = T_0(1 - z/H)$ où H est une constante. On désigne par $\rho(z)$ la masse volumique de l'air et $p(z)$ sa pression. On note R la constante des gaz parfaits. Tant que l'enveloppe n'a pas atteint son volume maximal, la pression du gaz intérieur est identique à celle de l'air extérieur. On suppose que la température du gaz est en permanence la même que celle de l'air extérieur.



Indiquer la ou les réponse(s) exacte(s) :

A) $p = \rho RT/M_g$ B) $p = \rho RT/M_a$ C) $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = \rho g$ D) $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho g$

9. La pression évolue avec l'altitude selon : $p(z) = p_0(1 - z/H)^\alpha$. Exprimer α.

A) $\alpha = 1 - \frac{RT_0}{M_a gH}$ B) $\alpha = \frac{2RT_0}{M_a gH}$ C) $\alpha = \frac{M_a gH}{2RT_0}$ D) $\alpha = \frac{M_a gH}{RT_0}$

10. Exprimer le volume minimal V_m que doit avoir l'enveloppe afin que le ballon décolle.

A) $V_m = \frac{mRT_0}{p_0 M_a}$ B) $V_m = \frac{mRT_0}{p_0 M_g}$ C) $V_m = \frac{mRT_0}{p_0(M_a - M_g)}$ D) $V_m = \frac{mRT_0(M_a - M_g)}{p_0 M_a M_g}$

11. Quel est le volume initial V_i de l'enveloppe sachant que le ballon décolle avec une accélération égale à celle du champ de pesanteur ?

A) $V_i = \frac{2mRT_0}{p_0 M_a}$ B) $V_i = \frac{2mRT_0}{p_0 M_g}$ C) $V_i = \frac{2mRT_0}{p_0(M_a - 2M_g)}$ D) $V_i = \frac{2mRT_0(M_a - M_g)}{p_0 M_a M_g}$

12. Comment varie le volume V de l'enveloppe avec l'altitude ?

A) $V = V_i\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\alpha}$ C) $V = V_i\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{1/(1-\alpha)}$

B) $V = V_i\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\alpha - 1}$ D) $V = V_i\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{1-\alpha}$

13. Le volume maximal de l'enveloppe est $V_{max} = kV_i$. Déterminer l'altitude maximale z_{max} atteinte par le ballon :

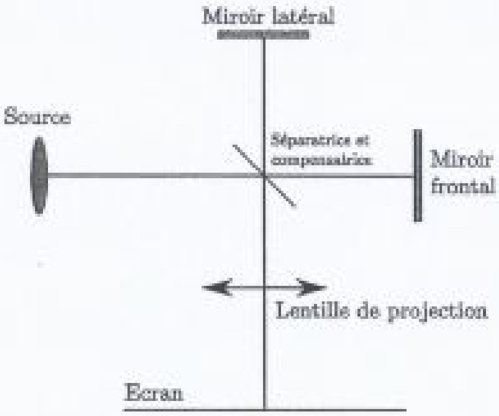
A) $z_{max} = H\left[1 - k^{1/(1-\alpha)}\right]$
B) $z_{max} = H(1 + k^{\alpha})$
C) $z_{max} = Hk^{1-\alpha}$
D) $z_{max} = Hk^{1/(1-\alpha)}$

14. Lorsque cette altitude est atteinte, une soupape s'ouvre et laisse échapper une partie du gaz de l'enveloppe. Quelle est la nouvelle altitude z'_{max} atteinte?

A) $z'_{max} = H\left\{1 - \left[\dfrac{mRT_0}{p_0 V_{max}(M_a - M_g)}\right]^{1/(1-\alpha)}\right\}$
B) $z'_{max} = H\left\{1 - \left[\dfrac{mRT_0}{p_0 V_{max}(M_a - M_g)}\right]^{\alpha-1}\right\}$
C) $z'_{max} = H\left\{1 - \left[\dfrac{mRT_0}{p_0 V_{max}(M_a - M_g)}\right]^{\alpha}\right\}$
D) $z'_{max} = H\left\{1 - \left[\dfrac{mRT_0}{p_0 V_{max}(M_a - M_g)}\right]^{1/(\alpha-1)}\right\}$

---

15. On règle un interféromètre de Michelson en lame d'air à faces parallèles d'épaisseur e. La source, une lampe à vapeur de mercure, est étendue et possède un diamètre caractéristique d_s. On assimile l'indice de l'air à l'unité.



Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :
A) Les interférences sont localisées sur les miroirs
B) Les interférences sont délocalisées
C) On observe des interférences à condition que la longueur de cohérence temporelle soit inférieure à e.
D) On observe des interférences à condition que la longueur de cohérence temporelle soit supérieure à d_s.

16. On utilise une lentille mince convergente de distance focale $f'_1 = 60\,\text{cm}$ que l'on place en sortie du montage à $90\,\text{cm}$ du miroir latéral (Fig. précédente). À quelle distance p'_1 de la lentille faut-il placer l'écran afin d'observer la figure d'interférence?

A) $p'_1 = 30\,\text{cm}$ B) $p'_1 = 60\,\text{cm}$ C) $p'_1 = 120\,\text{cm}$ D) $p'_1 = 180\,\text{cm}$

17. On note i l'angle que forme un rayon incident avec la normale à la lame d'air. Exprimer, lorsque $i \ll 1$, la différence de marche δ entre les deux rayons qui émergent de la lame, lorsqu'ils interfèrent à l'infini.

A) $\delta \approx ei$ B) $\delta \approx e\left(1 + \dfrac{i^2}{2}\right)$ C) $\delta \approx e\left(1 - \dfrac{i^2}{2}\right)$ D) $\delta \approx e(1 - i)$

18. La source est monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0. Sachant que le centre de la figure d'interférence correspond à un maximum d'éclairement, exprimer le rayon du p-ième anneau r_p en fonction de p :

A) $r_p = f_1'\left(\frac{p\lambda_0}{e}\right)^{1/2}$ B) $r_p = \frac{pf_1'\lambda_0}{e}$ C) $r_p = f_1'\left(\frac{pe}{\lambda_0}\right)^{1/2}$ D) $r_p = \frac{pe}{f_1'\lambda_0}$

19. La source est un doublet de radiations de même intensité et de longueurs d'onde dans le vide λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. On fait varier e et l'on observe le brouillage de la figure d'interférence pour deux valeurs successives e_1 et $e_2 = e_1 + \Delta e$ de e. Exprimer $\Delta\lambda$:

A) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\Delta e}$ B) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\Delta e}$ C) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{4\Delta e}$ D) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{8\Delta e}$

20. On incline le miroir latéral de manière à former un coin d'air et l'on remplace la lentille de projection précédente par une autre lentille convergente de distance focale $f_2' = 40\,\text{cm}$, que l'on dispose à 60 cm du miroir latéral. À quelle distance p_2' de la lentille faut-il placer l'écran afin d'observer la figure d'interférence?

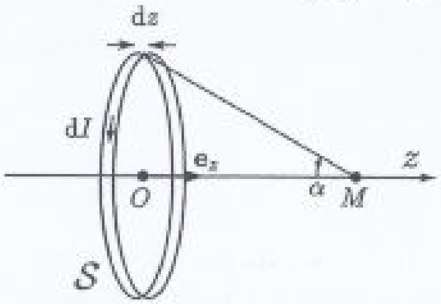
A) $p_2' = 20\,\text{cm}$ B) $p_2' = 40\,\text{cm}$ C) $p_2' = 80\,\text{cm}$ D) $p_2' = 120\,\text{cm}$

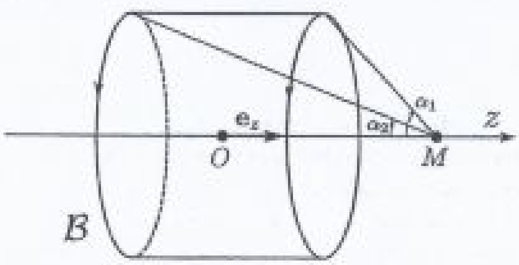
21. On note ϵ l'angle du coin d'air. On utilise une source monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0. Que vaut l'interfrange i_c sur l'écran?

A) $i_c = \frac{\lambda_0}{\epsilon}$ B) $i_c = \frac{\lambda_0}{2\epsilon}$ C) $i_c = \lambda_0\epsilon$ D) $i_c = 2\lambda_0\epsilon$

---

22. Une spire conductrice circulaire $\mathcal{S}$ élémentaire, de centre O, de rayon R et d'épaisseur $\mathrm{d}z$, est parcourue par un courant d'intensité $\mathrm{d}I$ (Fig. ci-après). On désigne par μ_0 la perméabilité magnétique du vide.





Exprimer la composante $\mathrm{d}B_z$ du champ magnétique élémentaire $\mathrm{d}\mathbf{B} = \mathrm{d}B_z\mathbf{e}_z$ produit par $\mathcal{S}$ en un point M de cote z situé sur l'axe de symétrie de révolution de la spire $O\mathbf{e}_z$, en fonction de l'angle α sous lequel on voit depuis M un rayon de $\mathcal{S}$:

A) $\mathrm{d}B_z = \frac{\mu_0\,\mathrm{d}I}{R}\sin\alpha$ B) $\mathrm{d}B_z = \frac{\mu_0\,\mathrm{d}I}{2\pi R}\sin\alpha$ C) $\mathrm{d}B_z = \frac{\mu_0\,\mathrm{d}I}{2R}\sin^3\alpha$ D) $\mathrm{d}B_z = \frac{\mu_0\,\mathrm{d}I}{2R}\sin^2\alpha$

23. On réaliser une bobine en enroulant, sur la longueur L d'un cylindre de rayon R, N spires jointives. Les spires extrêmes sont vues depuis M sous les angles α_1 et α_2 (Fig. précédente). Chaque spire est parcourue par un courant d'intensité I_0. En décomposant cette distribution en une somme de spires élémentaires d'épaisseur $\mathrm{d}z$ parcourues par un courant d'intensité $\mathrm{d}I = NI_0\,\mathrm{d}z/L$, exprimer la composante du champ magnétique sur l'axe $O\mathbf{e}_z$:

A) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{2L}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

B) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{2L}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$

C) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{L}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

D) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{L}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$

24. On assimile cette distribution à un solénoïde infinie : $\alpha_1 = \pi\,\text{rad}$ et $\alpha_2 = 0$. Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :
A) Le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde.
B) Le champ magnétique est nul à l'intérieur du solénoïde.
C) Le champ magnétique est nul à l'extérieur du solénoïde.
D) L'expression obtenue de B_z reste valable si I_0 varie hors du régime quasi-stationnaire

25. On introduit, à l'intérieur du solénoïde précédent, une sphère conductrice, de conductivité γ, de centre O et de rayon $a < R$. L'intensité du courant dans les spires varie, dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, selon : $I_0(t) = I_m \cos(\omega t)$. Le champ électrique en un point P, induit dans la sphère, orthoradial, a pour expression en coordonnées sphériques : $\mathbf{E}(P) = E_\varphi(r,\theta)\,\mathbf{e}_\varphi$, où r est la coordonnée radiale, θ l'angle de colatitude repéré par rapport à l'axe $O\mathbf{e}_z$ et φ, l'angle de longitude auquel on associe le vecteur unitaire $\mathbf{e}_\varphi$. On désigne par $B_z(O)$ la composante du champ magnétique en O à l'instant $t = 0$. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday sous forme intégrale, déterminer l'expression de E_φ :

A) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O)\omega r \sin\theta\, \sin(\omega t)$
B) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O)\omega r \sin^2\theta\, \cos(\omega t)$
C) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O)\omega r \sin\theta\, \cos(\omega t)$
D) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O)\omega r \cos\theta\, \cos(\omega t)$

26. Exprimer la puissance volumique instantanée $\mathcal{P}_v(P,t)$ en P dissipée par effet Joule :

A) $\mathcal{P}_v(P,t) = \frac{1}{4} B_z^2(O)\gamma\omega^2 r^2 \sin^2\theta\, \sin^2(\omega t)$
B) $\mathcal{P}_v(P,t) = \frac{1}{4} B_z^2(O)\gamma\omega^2 r^2 \sin^4\theta^2\, \cos^2(\omega t)$
C) $\mathcal{P}_v(P,t) = \frac{1}{4} B_z^2(O)\gamma\omega^2 r^2 \sin^2\theta\, \cos^2(\omega t)$
D) $\mathcal{P}_v(P,t) = \frac{1}{4} B_z^2(O)\gamma\omega^2 r^2 \cos^2\theta\, \cos^2(\omega t)$

27. Déterminer la puissance instantanée $\mathcal{P}_t$ dissipée dans toute la sphère, de volume V :

A) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{5} \sin^2(\omega t)$
B) $\mathcal{P}_m = 2\gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V \sin^2(\omega t)$
C) $\mathcal{P}_m = \gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V \sin^2(\omega t)$
D) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{10} \sin^2(\omega t)$

28. En déduire la puissance moyenne $\mathcal{P}_m$ dissipée dans toute la sphère :

A) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{10}$
B) $\mathcal{P}_m = \gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V$
C) $\mathcal{P}_m = \gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V$
D) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma\omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{20}$

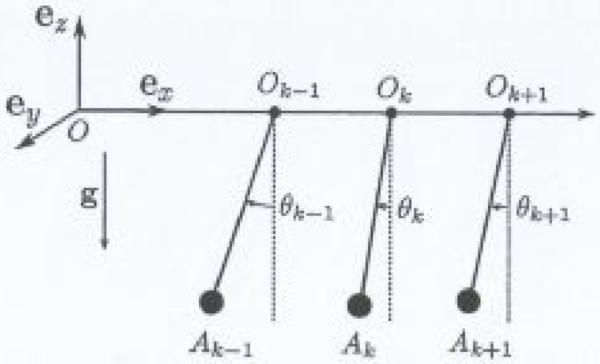
---

29. On modélise un système physique par une succession infinie de pendules simples rigides de longueurs $L = 1\,\text{m}$, dont les masselottes A_k sont assimilées à des points matériels de masse $m = 0{,}2\,\text{kg}$. Les points d'attache O_k sont équirépartis sur un axe Ox horizontal avec un pas $d = 1\,\text{cm}$. L'ensemble étant placé dans le champ de pesanteur terrestre d'intensité $g = 10\,\text{m.s}^{-2}$, les pendules oscillent chacun dans leur plan $O_k\mathbf{e}_y\mathbf{e}_z$ et l'on repère leurs positions par les angles θ_k qu'ils forment avec la direction verticale (Fig. ci-après). Chaque pendule interagit avec ses deux voisins immédiats par l'intermédiaire d'actions mécaniques assimilées au moment d'une force. Le moment en O_k qu'exerce le pendule $k-1$ sur le pendule k s'écrit :

$$\mathbf{M}_{O_k,\,k-1\to k} = -C(\theta_k - \theta_{k-1})\mathbf{e}_x$$

où $C = 0{,}01\,\text{N.m.rad}^{-1}$. L'équation du mouvement de la masselotte A_k se met sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta}_k = -\omega_0^2 \sin\theta_k - \omega_c^2(2\theta_k - \theta_{k-1} - \theta_{k+1})$$



Exprimer ω_c :

A) $\omega_c = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ B) $\omega_c = \left(\frac{g}{d}\right)^{1/2}$ C) $\omega_c = \left(\frac{C}{mL^2}\right)^{1/2}$ D) $\omega_c = \left(\frac{C}{md^2}\right)^{1/2}$

30. Exprimer la période T des petites oscillations de chaque pendule dans l'hypothèse où $C = 0$:

A) $T \approx 0{,}2\,\mathrm{s}$ B) $T \approx 2\,\mathrm{s}$ C) $T \approx 28\,\mathrm{s}$ D) $T \approx 52\,\mathrm{s}$

31. Dans l'approximation d'un milieu continu, c'est-à-dire, en supposant $d \ll L$, la variable discrète $\theta_k(t)$ devenant la variable continue $\theta(x,t)$, l'équation du mouvement devient :

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = k_0^2 \sin\theta$$

Exprimer v_0 :

A) $v_0 = \left(\frac{gd^2}{L}\right)^{1/2}$ B) $v_0 = (gd)^{1/2}$ C) $v_0 = \left(\frac{d^2C}{mL^2}\right)^{1/2}$ D) $v_0 = \left(\frac{C}{m}\right)^{1/2}$

32. Que vaut k_0 ?

A) $k_0 = \frac{1}{d}$ B) $k_0 = \left(\frac{mLg}{Cd^2}\right)^{1/2}$ C) $k_0 = \left(\frac{1}{Ld}\right)^{1/2}$ D) $k_0 = \left(\frac{mg}{Cd}\right)^{1/2}$

33. On recherche une solution harmonique pour les petites oscillations, qui s'écrit en notation complexe sous la forme suivante :

$$\underline{\theta}(x,t) = \underline{\theta}_m \exp\left[-i(\omega t - kx)\right]$$

où $\underline{\theta}_m$ est une constante. Quelle est la relation de dispersion des ondes dans le milieu?

A) $\omega^2 - k^2v_0^2 = k_0^2v_0^2$
B) $\omega^2 = k^2 + k_0^2$
C) $\omega^2 + k^2v_0^2 = k_0^2v_0^2$
D) $\omega = kv_0$

34. Quelle relation y a-t-il entre la vitesse de groupe v_g et la vitesse de phase v_φ des ondes dans le système?

A) $v_g = v_\varphi$ B) $v_g = (v_0 v_\varphi)^{1/2}$ C) $v_\varphi = (v_0 v_g)^{1/2}$ D) $v_g v_\varphi = v_0^2$