
EPREUVE ECRITE DE PHYSIQUE

ENS : PARIS

Durée : 6 heures Coefficient : 6

MEMBRES DE JURYS : Y. CASTIN, Ch. JOSSERAND, G. SEMERJIAN

L'objectif du problème est de développer un modèle pour l'étude de la propagation de la lumière dans un gaz atomique lorsque la fréquence lumineuse est proche d'une fréquence de résonance atomique. Ceci conduit à une expression de la vitesse de groupe valable même lorsque l'indice du milieu est complexe, et qui montre la possibilité d'avoir des vitesses de groupe supraluminiques ou négatives, sans qu'il y ait violation du principe de causalité. Lorsque l'indice du gaz est modifié de façon judicieuse par l'adjonction d'un second champ lumineux (on parle de transparence induite électromagnétiquement), le gaz devient transparent pour le rayonnement à la fréquence de résonance et le modèle prédit des vitesses de groupe en bon accord avec des résultats expérimentaux récents, de l'ordre d'une dizaine de mètres par seconde,

Partie 1 : cette partie met en jeu des considérations et des calculs assez classiques sur le modèle de l'électron élastiquement lié. La question 1.1.b a cependant mis en difficulté la plupart des candidats : la signification physique du vecteur position \mathbf{u} n'est pas la position de l'électron par rapport au noyau mais le déplacement moyen du nuage électronique par rapport à sa position d'équilibre. Par ailleurs, rares sont les candidats capables d'estimer l'ordre de grandeur de la vitesse de l'électron de l'atome d'hydrogène.

Une mauvaise surprise est que le calcul en notation complexe n'est pas maîtrisé, la majorité des candidats utilisant des formules apprises par cœur mais valables pour une notation complexe différente de celle introduite par l'énoncé. Si bien que très rares sont les candidats à traiter correctement la question 1.2.e. Il s'agissait pourtant de calculer seulement la moyenne temporelle de \mathbf{v}^2 où le vecteur \mathbf{v} s'écrit $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 e^{i\omega t} + \mathbf{v}_0^* e^{-i\omega t}$. Nous reproduisons le calcul correct ici :

$$\mathbf{v}^2 = \mathbf{v}_0^2 e^{2i\omega t} + \mathbf{v}_0^{2*} e^{-2i\omega t} + 2\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_0^*$$

ce qui donne, après moyenne temporelle sur une période d'oscillation, $\langle \mathbf{v}^2 \rangle = 2\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_0^*$ et non pas $\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_0^*/2$ comme trouvé par l'essentiel des candidats. Le même problème se pose dans le calcul du vecteur de Poynting au 1.3.d.

Certains candidats ne trouvant pas l'expression (12) de la polarisabilité, à cause d'une erreur de calcul dans l'une des étapes intermédiaires, ont fait disparaître subrepticement les facteurs numériques gênants pour faire croire

qu'ils obtenaient l'expression correcte. Ces tentatives de maquillage, déjà stigmatisées dans le rapport de l'année précédente, traduisent un manque d'honnêteté inacceptable et ont été lourdement pénalisées.

Partie 2 : cette partie étudie la propagation d'un paquet d'ondes lumineuses gaussien et quasi monochromatique dans une tranche de milieu de susceptibilité complexe. Du calcul de l'instant d'entrée et de l'instant de sortie du maximum de l'amplitude du paquet d'ondes dans le milieu, et sous certaines conditions de validité, on déduit une expression de la vitesse de groupe utilisable même lorsque le milieu est absorbant, et dont on calcule la valeur pour différentes densités d'un gaz d'atomes à deux niveaux.

Les candidats ayant compris l'esprit des questions 2.1.a et 2.1.b ont en général traité une bonne fraction de la sous-partie 2.1. Rares sont cependant ceux qui ont surmonté toutes les difficultés calculatoires (comme la détermination de la position du minimum d'un polynôme de degré deux assez touffu) et qui sont parvenus à l'expression correcte de la vitesse de groupe. Il est regrettable que certains candidats donnent une expression de cette vitesse manifestement non réelle dans le cas d'un milieu absorbant.

La sous-partie 2.2 consiste en une succession d'applications numériques de la formule générale de la vitesse de groupe au voisinage de la raie d'absorption. Elle fait découvrir des situations insolites bien que physiquement acceptables, avec des valeurs de vitesse de groupe supérieures à la vitesse de la lumière, ou même négatives, le maximum du paquet d'ondes sortant alors du milieu avant d'y être entré ! La longueur des applications numériques, jointe à la rareté des copies ayant obtenu l'expression correcte de la vitesse de groupe, explique que seuls quelques candidats aient pu obtenir ces valeurs insolites, qu'ils ont d'ailleurs considérées avec scepticisme, l'un d'entre eux allant jusqu'à changer "à la main" le signe de son résultat!

Partie 3 : cette partie s'appuie sur une généralisation ad hoc du modèle de l'électron élastiquement lié pour déterminer la susceptibilité électrique d'un gaz d'atomes à trois niveaux, en relation directe avec des expériences de ralentissement de la lumière effectuées récemment à l'Université de Harvard.

La sous-partie 3.1, assez proche dans son esprit de la partie 1, et la sous-partie 3.2 ont été bien traitées par les candidats qui les ont abordées. À notre satisfaction, plusieurs candidats ont obtenu une prédiction théorique proche de la vitesse mesurée par Lene Hau. Notons cependant que la figure demandée à la question 3.2.c a constitué un obstacle quasi insurmontable, malgré l'utilisation possible de calculatrices, ce qui, nous l'espérons, incitera les candidats futurs à s'entraîner avec plus de soin à l'étude des fonctions.