

Le problème comporte deux parties indépendantes sur le thème général suivant : **les capteurs de position angulaire et les capteurs de distance absolue sans contact.**

Remarques préliminaires importantes : il est rappelé aux candidat(e)s que

- ◀ les explications des phénomènes étudiés interviennent dans la notation au même titre que les calculs,
- ◀ tout au long de l'énoncé, apparaissent des paragraphes en caractères italiques : ils ont pour objet d'aider la compréhension du problème mais ne donnent pas lieu à des questions,
- ◀ les candidats pourront admettre tout résultat fourni dans l'énoncé, qu'ils n'auraient pas établi, mais qu'ils jugeraient utile pour la poursuite de l'épreuve.
- ◀ Les figures sont regroupées en annexe à la fin du problème.

Les techniques usuelles de repérage d'une position angulaire s'appuient sur le couplage inductif et utilisent des capteurs tels que le résolveur (étudié en 1<sup>ère</sup> partie) qui s'apparente à un transformateur tournant dont le rotor et le stator sont tous les deux bobinés.

Le monde automobile connaît actuellement une révolution en matière de sécurité interactive ; les constructeurs développent des systèmes d'aide à la conduite tels le régulateur de vitesse à contrôle de distance ("A.I.C.C.") et le télémètre d'aide au stationnement (développé en 2<sup>ème</sup> partie).

<b>PREMIERE PARTIE</b>
------------------------

## ETUDE D'UN CAPTEUR DE POSITION ANGULAIRE

### A / ETUDE D'UN CIRCUIT MAGNETIQUE

Considérons le dispositif schématisé en figure 1, composé de deux bobines ( $R_t$ ) et ( $S_t$ ), couplées par un circuit magnétique. Les bobines comportent respectivement  $n_R$  et  $n_S$  spires, de section identique  $S$ . Le circuit magnétique se compose d'un cylindre central en fer, d'une couronne extérieure en fer et d'un entrefer annulaire comportant de l'air. D'un point de vue magnétique, l'air est assimilable au vide. On appelle  $H_{\text{fer}}$  et  $H_{\text{air}}$  les excitations magnétiques dans le fer et dans l'air,  $B_{\text{fer}}$  et  $B_{\text{air}}$  les champs magnétiques dans le fer et dans l'air. On raisonnera toujours sur la ligne de champ moyenne qui a une longueur  $l_{\text{fer}}$  dans le fer et  $l_{\text{air}}$  dans l'air.

Dans les questions 1 à 5, on suppose que la bobine ( $R_t$ ) est parcourue par un courant d'intensité  $i_R$  et que la bobine ( $S_t$ ) n'est parcourue par aucun courant.

**A1.** Par application du théorème d'Ampère sur un contour à préciser, déterminer la relation existant entre  $H_{\text{fer}}$ ,  $H_{\text{air}}$ ,  $l_{\text{fer}}$ ,  $l_{\text{air}}$ ,  $n_R$  et  $i_R$ .

**A2.** En écrivant la conservation du flux sur un petit cylindre de base  $\Sigma$  et de longueur  $L$  (comme le montre la figure 2), donner une relation simple entre  $B_{\text{fer}}$  et  $B_{\text{air}}$ .

**A3\*a.** Le fer est assimilé à un matériau de perméabilité relative  $\mu_r$ . Déterminer l'expression de  $B_{\text{fer}}$  en fonction de  $l_{\text{fer}}$ ,  $l_{\text{air}}$ ,  $n_R$ ,  $i_R$ ,  $\mu_r$  et  $\mu_0$ .

**A3\*b.** Simplifier cette expression dans le cas du fer supposé parfait, de perméabilité relative  $\mu_r$  infinie.

**A3\*c.** Quel intérêt a-t-on, pour un champ magnétique donné, à réduire autant que possible la longueur  $l_{\text{air}}$  de l'entrefer ?

*L'inductance propre d'une bobine est le coefficient de proportionnalité entre le flux propre de cette bobine (c'est à dire le flux du champ créé par le courant circulant dans cette bobine, à travers elle-même) et le courant circulant dans cette bobine, ce qui s'écrit, pour la bobine ( $R_t$ ) :  $\Phi_{\text{propre}} = L_R i_R$ .*

**A4.** Déterminer l'expression de l'inductance propre  $L_R$  de la bobine ( $R_t$ ) en fonction de  $l_{\text{fer}}$ ,  $l_{\text{air}}$ ,  $n_R$ ,  $S$ ,  $\mu_r$  et  $\mu_0$ .

*La mutuelle inductance  $M_{RS}$  entre les bobines ( $R_t$ ) et ( $S_t$ ) peut se définir comme le coefficient de proportionnalité entre le flux  $\Phi_{RS}$ , à travers la bobine ( $S_t$ ), du champ magnétique créé par le courant circulant dans la bobine ( $R_t$ ), et le courant  $i_R$  circulant dans la bobine ( $R_t$ ).  $M_{RS}$  est donc telle que :  $\Phi_{RS} = M_{RS} i_R$ .*

**A5.** Etablir l'expression de la mutuelle inductance  $M_{RS}$  en fonction de  $l_{\text{fer}}$ ,  $l_{\text{air}}$ ,  $n_R$ ,  $n_S$ ,  $S$ ,  $\mu_r$  et  $\mu_0$ .

*Pour les questions 6, on suppose que la bobine ( $S_t$ ) est parcourue par un courant d'intensité  $i_S$  et que la bobine ( $R_t$ ) n'est parcourue par aucun courant.*

**A6\*a.** Par une étude analogue à celle précédemment menée, établir l'expression de l'inductance propre  $L_S$  de la bobine ( $S_t$ ) en fonction de  $l_{\text{fer}}$ ,  $l_{\text{air}}$ ,  $n_S$ ,  $S$ ,  $\mu_r$  et  $\mu_0$ .

**A6\*b.** Déterminer de même l'expression de la mutuelle inductance  $M_{SR}$  entre les bobines ( $St$ ) et ( $Rt$ ).  $M_{SR}$  est définie comme le coefficient de proportionnalité entre le flux  $\Phi_{SR}$ , à travers la bobine ( $Rt$ ), du champ magnétique créé par le courant  $i_S$  circulant dans la bobine ( $St$ ), et le courant circulant dans la bobine ( $St$ ), ce qui se traduit par :  $\Phi_{SR} = M_{SR} i_S$ .

**A7\*a.** Comparer  $M_{SR}$  et  $M_{RS}$ .

**A7\*b.** Déterminer une relation entre la mutuelle inductance (désormais notée  $M$ ) et les inductances propres  $L_S$  et  $L_R$ .

**A8.** Calculer les valeurs de  $L_R$ ,  $L_S$  et  $M$  avec les données numériques suivantes :  $\ell_{\text{fer}} = 15 \text{ cm}$ ,  $\ell_{\text{air}} = 2 \text{ mm}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$ ,  $\mu_r = 10^5$ ,  $S = 2,5 \text{ cm}^2$ ,  $n_R = 50$  et  $n_S = 80$ .

*Le raisonnement ne porte plus sur la ligne de champ moyenne, mais sur l'ensemble des lignes de champ, de sorte qu'il existe des lignes de champ appelées lignes de champ de fuite, comme le montre la figure 3.*

**A9.** Qu'en déduisez-vous quant à la relation entre  $M$ ,  $L_S$  et  $L_R$  ?

## B / ETUDE D'UN RESOLVEUR

*Un résolveur est un capteur de position qui permet de déterminer la position angulaire  $\theta$  d'un arbre en rotation. Il s'apparente à un transformateur tournant dont la partie mobile, appelée rotor, est constituée d'une bobine ( $Rt$ ) et dont la partie statique, appelée stator, est constituée de deux bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ) identiques, disposées selon deux directions orthogonales. Ces bobines sont couplées par un circuit magnétique (figure 4). La partie centrale, attachée à l'arbre de rotation tourne à la même vitesse angulaire  $\Omega$  que lui. La partie extérieure, liée au référentiel du laboratoire est fixe. Le résolveur peut être schématisé par la figure 5.*

*La mutuelle inductance entre les bobines ( $Rt$ ) et ( $St_1$ ) lorsque  $\theta = 0$ , est notée  $M$  ; c'est aussi la mutuelle inductance entre les bobines ( $Rt$ ) et ( $St_2$ ) lorsque  $\theta = \pi/2$ , c'est à dire lorsque le rotor a tourné d'un quart de tour. Un système de bagues et de balais permet d'alimenter la bobine tournante ( $Rt$ ). Les deux bobines fixes ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ) sont reliées à des récepteurs d'impédances infinies.*

*La bobine ( $Rt$ ) est alimentée par un courant continu d'intensité  $I_{R0}$  et le rotor tourne à la vitesse angulaire  $\Omega = (d\theta / dt)$ , supposée constante et positive. Les bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ) ne sont parcourues par aucun courant.*

**B1\*a.** Déterminer les flux d'induction  $\Phi_{S1}$  et  $\Phi_{S2}$  dans les bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ) en fonction de  $M$ ,  $\theta$  et  $I_{R0}$ . On respectera la convention d'orientation des surfaces des bobines, définie par les vecteurs  $n_1$  et  $n_2$  (figure 5).

**B1\*b.** En déduire l'expression des tensions induites  $V_{S1}(t)$  et  $V_{S2}(t)$  aux bornes des bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ). Dessiner l'allure de ces deux tensions, en supposant qu'à l'instant  $t = 0$ ,  $\theta = 0$ .

**B1\*c.** Expliquez pourquoi le résolveur comporte deux bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ), pour mesurer des positions angulaires comprises entre 0 et  $2\pi$ .

La bobine ( $R_t$ ) est désormais alimentée par un courant sinusoïdal  $i_R(t) = I_{Rm} \cos(\omega t)$ . Les bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ) ne sont parcourues par aucun courant. Le rotor tourne à une vitesse angulaire  $\Omega = (d\theta / dt)$  quelconque (éventuellement nulle si la machine est à l'arrêt).

**B2\*a.** En respectant toujours la convention d'orientation définie sur la figure 5, déterminer l'expression des flux d'induction  $\Phi_{S1}$  et  $\Phi_{S2}$  dans les bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ) en fonction de  $M$ ,  $\theta$ ,  $\omega$ ,  $I_{Rm}$  et  $t$ .

**B2\*b.** En déduire l'expression des tensions induites  $V_{S1}(t)$  et  $V_{S2}(t)$  aux bornes des bobines ( $St_1$ ) et ( $St_2$ ). Simplifier ces expressions dans le cas où  $\Omega \ll \omega$ .

**B2\*c.** Le rotor tourne à une vitesse angulaire  $\Omega$  constante et non nulle. Dessiner l'allure des tensions  $V_{S1}(t)$  et  $V_{S2}(t)$ , en considérant qu'à l'instant  $t = 0$ ,  $\theta = 0$ .

**B2\*d.** Pourquoi est-il préférable d'alimenter la bobine ( $R_t$ ) par du courant sinusoïdal haute fréquence plutôt que par du courant continu ?

## C / DEMODULATION PAR BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE

On se propose d'étudier le système bouclé, d'entrées  $V_{S1}(t)$ ,  $V_{S2}(t)$  et  $V_R(t)$ , qui donne une image  $\alpha$ , aussi précise que possible de la position angulaire  $\theta$  inconnue. La figure 6 donne une représentation fonctionnelle du système de démodulation par boucle à verrouillage de phase. On ne s'intéressera pas à la technologie des deux blocs permettant de passer de la grandeur  $\alpha$  aux grandeurs  $\cos(\alpha)$  et  $\sin(\alpha)$ . De même, l'étude de l'accrochage de cet asservissement est exclue.

Compte tenu des fréquences utilisées, la résistance de la bobine ( $R_t$ ) est négligeable devant son impédance  $jL_R\omega$ , de sorte que la tension aux bornes de cette bobine et le courant qui la traverse sont en quadrature.

Les tensions d'entrée du système bouclé sont données sous les formes suivantes :

$$V_R(t) = V_{Rm} \sin(\omega t)$$

$$V_{S1}(t) = V \cos\theta \cdot \sin(\omega t)$$

$$V_{S2}(t) = V \sin\theta \cdot \sin(\omega t).$$

Tout multiplicateur d'entrées  $X(t)$  et  $Y(t)$  donne en sortie un signal analogique  $Z(t) = K X(t) Y(t)$ .

### Etude du comparateur de phase

Le comparateur de phase se compose de deux opérateurs sinus et cosinus, de trois multiplieurs, d'un soustracteur et d'un bloc B.

**C1\*a.** Déterminer l'expression du signal analogique  $v(t) = u_2(t) - u_1(t)$  où  $u_2(t)$  et  $u_1(t)$  sont les signaux de sortie des multiplieurs 1 et 2.

**C1\*b.** En déduire l'expression du signal  $w(t)$ , issu du multiplicateur 3.

**C1\*c.** Effectuer une analyse fréquentielle du signal analogique  $w(t)$ . En supposant  $|\theta(t) - \alpha(t)| \ll 1$ , quelle est la fonction du bloc B qui permet d'accéder à l'information  $|\theta(t) - \alpha(t)|$  à partir du signal analogique  $w(t)$  ?

**C1\*d.** Justifier la linéarisation effectuée à la question précédente pour un capteur dont l'erreur absolue est de  $2^\circ$ , c'est à dire lorsque  $|\theta(t) - \alpha(t)| \leq 2^\circ$ .

### Etude du bloc B

Considérons le montage de Sallen-Key schématisé sur la figure 7. L'amplificateur opérationnel supposé parfait fonctionne en régime linéaire.

**C2\*a.** Montrer que la fonction de transfert complexe de ce montage peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(1+a) Y_1 Y_3}{Y_1(Y_3 + Y_4) + Y_4(Y_2 + Y_3) - a Y_2 Y_3}$$

où  $Y_1, Y_2, Y_3$  et  $Y_4$  sont les admittances complexes des éléments référencés 1, 2, 3, 4.

Les éléments référencés 1 et 3 sont deux résistances identiques  $R$ , les éléments référencés 2 et 4 sont deux condensateurs identiques de capacité  $C$ .

**C2\*b.** Déterminer dans ces conditions la fonction de transfert complexe  $\underline{H}(j\omega)$  du montage de Sallen-Key et l'écrire sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{G}{1 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Préciser la signification et les expressions de  $\xi, \omega_0$  et  $G$  en fonction de  $R, C$  et  $a$ .

**C2\*c.** De quel type de filtre s'agit-il ?

**C2\*d.** Montrer que si  $\xi < 0,707$ , ce filtre présente un phénomène de résonance à une pulsation  $\omega_r$  que l'on précisera.

**C2\*e.** Déterminer le module  $|\underline{H}(j\omega)|$  et l'argument  $\Psi(\omega)$  de la fonction de transfert complexe  $\underline{H}(j\omega)$ .

**C2\*f.** Donner l'allure du diagramme de Bode en coordonnées réduites (amplitude et phase). Distinguer les deux cas :  $0 < \xi < 0,707$  et  $0,707 < \xi < 1$ , et pour chacun d'eux, préciser le tracé asymptotique et l'allure du tracé réel.

**C2\*g.** On désire réaliser un filtre d'amortissement  $\xi = 0,707$ , qui atténue d'au moins 40 dB la composante haute fréquence du signal  $w(t)$ . Justifier le choix de cette valeur de  $\xi$ . Quelles sont alors les contraintes sur les composants  $R, C$  et  $r' = a.r$  ?

La fréquence du signal  $V_R(t) = V_{Rm} \sin(\omega t)$  est de 10 kHz. On dispose d'un certain nombre de composants rangés dans les tiroirs d'un casier du laboratoire, comme le montre la figure 8. Les valeurs de ces composants sont données avec une précision de 5%.

**C2\*h.** Proposer (en le justifiant) un choix de valeurs pour  $R$  et  $C$  et  $r'$ .

Pour vous aider, le technicien du laboratoire vous propose d'utiliser un filtre pré-câblé, réalisant la même fonction, dont on ne connaît pas les valeurs des paramètres  $\xi, \omega_0$  et  $G$ . Sur la figure 9 sont représentés un signal d'entrée sinusoïdal d'amplitude 2V crête à crête, comportant une composante continue de 1V, ainsi que la réponse du filtre à ce signal d'entrée.

**C2\*i.** En argumentant correctement votre raisonnement, évaluer les paramètres  $\xi, \omega_0$  et  $G$  de ce filtre pré-câblé.

### Etude d'un V.C.O. (Voltage Controlled Oscillator)

Un V.C.O. (oscillateur commandé en tension) fournit en sortie un signal sinusoïdal de la forme  $U \sin(\omega_s t + \alpha)$ , dont la pulsation instantanée  $\omega_s + \frac{d\alpha}{dt}$  est l'image de la tension  $E$  d'entrée de l'oscillateur.

Un premier étage fournit une tension triangulaire dont la fréquence du fondamental est l'image de la tension de commande  $E$ . Un deuxième étage, généralement un conformateur à diodes, transforme cette tension triangulaire pour obtenir la tension sinusoïdale  $U \sin(\omega_s t + \alpha)$ , où  $\frac{d\alpha}{dt} = k_o E$ . Seul le premier étage est étudié dans cette partie.

Considérons le montage de la figure 10 qui se compose d'un multiplieur, de trois résistances  $R$ ,  $R_1$ , et  $R_2$ , d'un condensateur de capacité  $C$ , d'un sommateur et de deux amplificateurs opérationnels idéaux. L'A.O. 1 fonctionne en régime saturé tandis que l'A.O. 2 fonctionne en régime linéaire.

De façon à étudier uniquement le régime linéaire du V.C.O. qui se superpose au régime établi, on posera dans cette étude  $\omega_s = 0$ . Le multiplieur a ainsi une tension d'entrée égale à  $E$ .

On supposera qu'à  $t = 0$ ,  $s_1(0) = +V_{sat}$  et  $s_2(0) = \frac{R_1 V_{sat}}{R_2}$ .

**C3\*a.** Déterminer la valeur de la tension  $s_3$  à la date  $t = 0$ , notée  $s_3(0)$ .

**C3\*b.** Etablir l'équation différentielle reliant  $s_2(t)$  et  $s_3(t)$ .

**C3\*c.** Exprimer la tension  $V_1^+$ , appliquée sur l'entrée non inverseuse de l'A.O. 1 en fonction de  $s_1$ ,  $s_2$  et des résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

**C3\*d.** Tracer sur une même figure les chronogrammes (graphes des tensions en fonction du temps) des tensions  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  et  $s_3(t)$  pour  $0 \leq t \leq \frac{2RCR_1}{ER_2}$ .

**C3\*e.** Reprendre l'étude des tensions  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  et  $s_3(t)$  pour  $t \geq \frac{2RCR_1}{ER_2}$  et compléter les chronogrammes établis à la question précédente. On veillera à établir ces chronogrammes sur une durée totale supérieure à la période du dispositif.

**C3\*f.** Déterminer la relation de linéarité entre la fréquence du fondamental du signal triangulaire  $s_2(t)$  et la tension d'entrée  $E$  du V.C.O.

Quelle serait la fonction de transfert  $\underline{E}(j\omega)$  associée au V.C.O., dans la représentation fonctionnelle de la figure 6 ?

### Sensibilité du capteur

**D.** Le bloc B est le filtre défini à la question C2\*f. En considérant que  $\theta(t)$ ,  $\alpha(t)$  et  $\theta(t) - \alpha(t)$  ont la même dynamique, déterminer la précision du capteur lorsqu'il est utilisé sur un arbre d'une machine tournant à la vitesse angulaire de 3000 tours par minute.

## DEUXIEME PARTIE

### ETUDE D'UN TELEMETRE

Un télémètre est un capteur de distance absolue sans contact. Ce système vient d'être introduit sur quelques véhicules récemment commercialisés, au sein des dispositifs d'aide au stationnement. Ce type de capteur est inséré dans les pare-chocs du véhicule.

On cherche à réaliser un capteur de distance absolue sans contact, afin de satisfaire le **cahier des charges** suivant :

- Distance minimale mesurable :  $D_{min} = 10 \text{ cm}$ ,
- Distance maximale mesurable :  $D_{max} = 10 \text{ m}$ ,
- Erreur absolue de mesure en distance :  $\delta D = 5 \text{ mm}$ ,
- Durée maximale de mesure :  $\tau = 10 \text{ ms}$ ,
- Température d'utilisation comprise entre  $-10^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$ .

La mesure de distance est réalisée en évaluant le temps que met une impulsion lumineuse ou sonore pour effectuer un aller-retour entre le capteur et l'objet (aussi appelé cible) dont on cherche à évaluer la position. L'instant d'émission de l'impulsion déclenche un chronomètre qui sera arrêté lorsque le détecteur recevra l'impulsion réfléchiée par la cible. Le chronomètre mesure donc un temps  $t$  d'aller-retour de l'onde entre le capteur et la cible. La fréquence des horloges actuelles utilisée dans les chronomètres est de quelques centaines de mégahertz au maximum. L'ordinateur de bord du véhicule, qui connaît la célérité de l'onde, évalue à l'aide de l'information du chronomètre, la distance qui sépare le véhicule de la cible.

### A / CELERITE DES ONDES ACOUSTIQUES DANS L'AIR ET DEPENDANCE EN TEMPERATURE

Considérons la propagation d'ondes sonores planes, dans un cylindre horizontal d'axe  $Ox$  (figure 11), de section  $\Sigma$  constante et rempli d'un fluide supposé parfait (sans viscosité ni frottement). A l'équilibre, une masse  $dm$  de ce fluide est située entre les abscisses  $x$  et  $x+dx$  ; la pression est alors égale à  $P_0$  et la masse volumique à  $\rho_0$ .

Après une perturbation de faible amplitude le long de l'axe des  $x$ , les mouvements du fluide sont caractérisés par les grandeurs suivantes (fonctions de la position  $x$  et du temps  $t$ ) :

- le déplacement  $u_1(x,t)$  du fluide,
- la surpression acoustique  $p_1(x,t) = P(x,t) - P_0$ ,
- la variation de masse volumique  $\rho_1(x,t) = \rho(x,t) - \rho_0$ ,
- la vitesse  $v_1(x,t)$ .

**A1.** Préciser les conditions de l'approximation acoustique. Les ondes sonores sont-elles longitudinales ou transversales ? Justifier votre réponse.

Dans les questions suivantes, on justifiera soigneusement les relations utilisées ainsi que les approximations réalisées.

**A2\*a.** A partir de l'équation d'Euler, établir une relation entre  $\rho_0$  et les dérivées partielles de  $v_1(x,t)$  et  $p_1(x,t)$ .

**A2\*b.** A partir de l'équation locale de conservation de la masse, établir une nouvelle relation entre les dérivées partielles de  $v_1(x,t)$  et  $\rho_1(x,t)$ . L'écoulement associé à la propagation de l'onde est-il compressible ?

**A2\*c.** Les transformations thermodynamiques mises en jeu sont supposées isentropiques. On note  $\chi_s$  le coefficient de compressibilité isentropique de l'air. A l'aide de  $\chi_s$ , déterminer une relation entre les dérivées partielles de  $u_1(x,t)$  et  $p_1(x,t)$ .

$$\text{On rappelle que } \chi_s = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s.$$

**A2\*d.** En déduire les équations aux dérivées partielles satisfaites par  $u_1(x,t)$  et  $p_1(x,t)$ . Quelle est l'expression de la célérité  $c_a$  des ondes acoustiques dans l'air ?

**A3.** En assimilant l'air à un gaz parfait, montrer que  $c_a$  ne dépend que de la température  $T$ .

*Application numérique :* on donne le rapport  $\gamma$  des capacités thermiques à pression et

à volume constant :  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ , la constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ ,

la masse molaire de l'air :  $M_{\text{air}} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ . Déterminer la célérité  $c_a$  de l'onde acoustique dans l'air aux températures suivantes :  $-10^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$ .

## B / CELERITE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS L'AIR

*En première approximation, l'air est assimilé à un milieu non absorbant, non dispersif, équivalent d'un point de vue électrique et magnétique au vide. On supposera de plus que la cible se comporte comme un miroir parfait.*

**B1\*a.** Ecrire les équations de Maxwell dans le vide. En déduire l'équation de propagation des ondes électromagnétiques.

**B1\*b.** Calculer la célérité  $c$  des ondes électromagnétiques dans l'air (on rappelle que :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$  et  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ SI}$ ).

**B2\*a.** Donner la relation entre la distance  $D$  à mesurer (distance entre le capteur et la cible), le temps  $t$  à chronométrer et la célérité  $c$  de propagation de l'onde.

*A l'aide d'un dispositif approprié (dont le fonctionnement n'est pas étudié ici), ont été enregistrées, sur l'écran d'un oscilloscope (figure 12), les impulsions incidente et réfléchie pour une cible située à 10 m du capteur. La base de temps est de 20 ns par division.*

**B2\*b.** Le modèle est-il en accord avec l'expérience, tant sur la vitesse de propagation de l'onde que sur la forme de l'impulsion réfléchie ? Justifier votre réponse.

## C / COMPARAISON DES DEUX TECHNOLOGIES : ELECTROMAGNETIQUE ET ACOUSTIQUE

**C1.** Etant donné le cahier des charges défini dans l'introduction, calculer les temps minimal  $t_{\min}$  et maximal  $t_{\max}$  que le capteur doit mesurer dans le cas d'ondes électromagnétiques (célérité  $c$ ) puis d'ondes acoustiques (célérité  $c_a$ ).

**C2\*a.** Dans les deux cas proposés, donner l'expression de l'erreur maximale  $\delta t$  admissible pour la mesure du temps  $t$ . Effectuer les applications numériques.



La mesure du temps  $t$  se fait numériquement par un circuit électronique qui compte le nombre de périodes d'une horloge (oscillateur) entre l'instant de départ de l'impulsion et l'instant d'arrivée du signal réfléchi par la cible : l'erreur de mesure  $\delta t$  obtenue correspond donc à une période d'horloge.

**C2\*b.** Calculer la fréquence minimale  $f_{\min}$  de cette horloge dans les deux cas proposés (onde électromagnétique et onde acoustique).

Dans le cas d'une technologie acoustique, l'ordinateur de bord évalue le temps de vol de l'impulsion en considérant la célérité acoustique  $c_a$  indépendante de la température et égale à  $c_a(20^\circ\text{C})$ .

**C3.** En se plaçant dans le cas le plus défavorable du cahier des charges, calculer l'erreur  $\delta\tau$  de mesure supplémentaire induite par les variations de température, pour des températures extrêmes de  $-10^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$ .

**C4\*a.** En liaison avec le cahier des charges fourni, préciser quelles sont les spécifications qui demeurent incompatibles avec chacune des deux technologies.

**C4\*b.** Proposer un allègement des spécifications du cahier des charges pour appliquer la mesure par temps de vol en acoustique à un radar destiné à l'aide au stationnement automobile.

## ANNEXES

### FIGURES

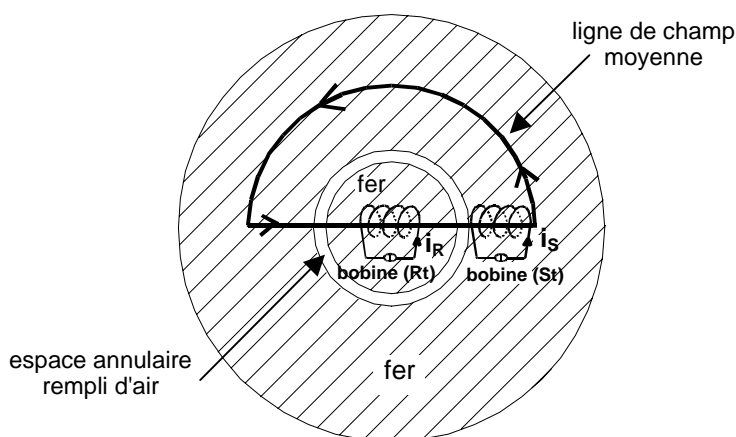


Figure 1.

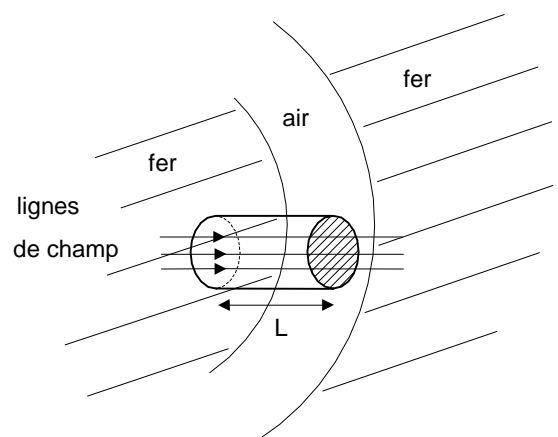


Figure 2.

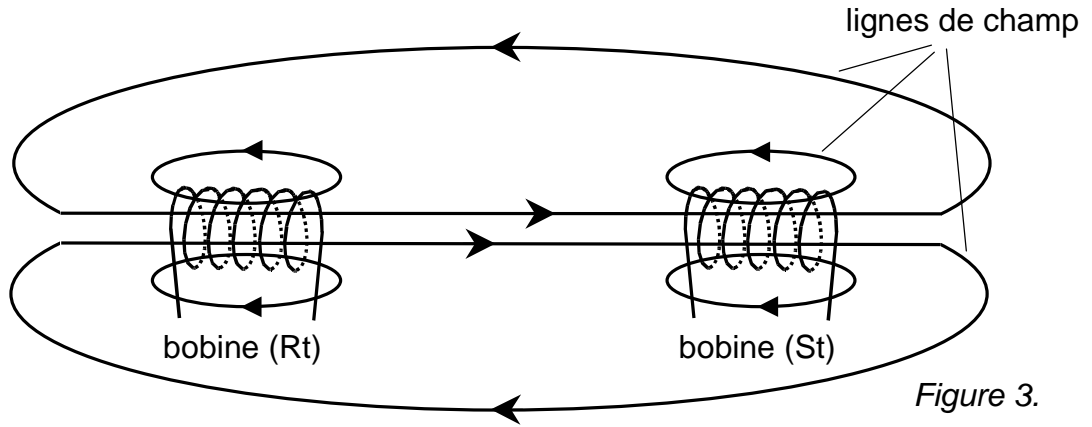


Figure 3.

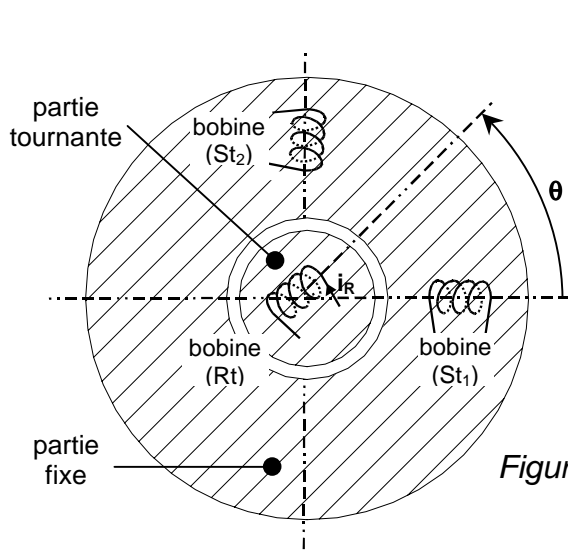


Figure 4.

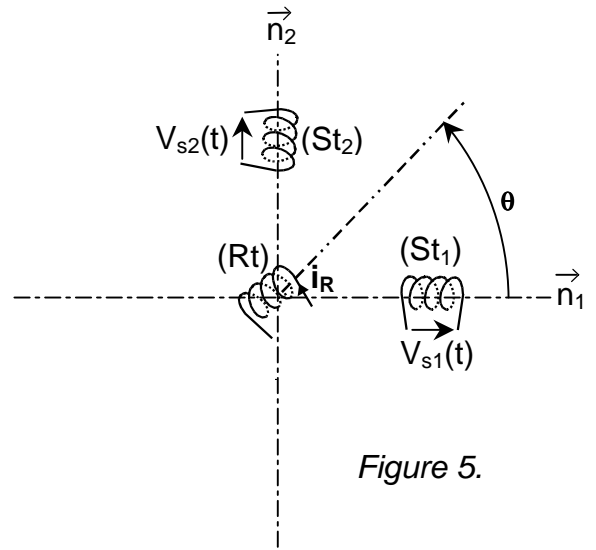


Figure 5.

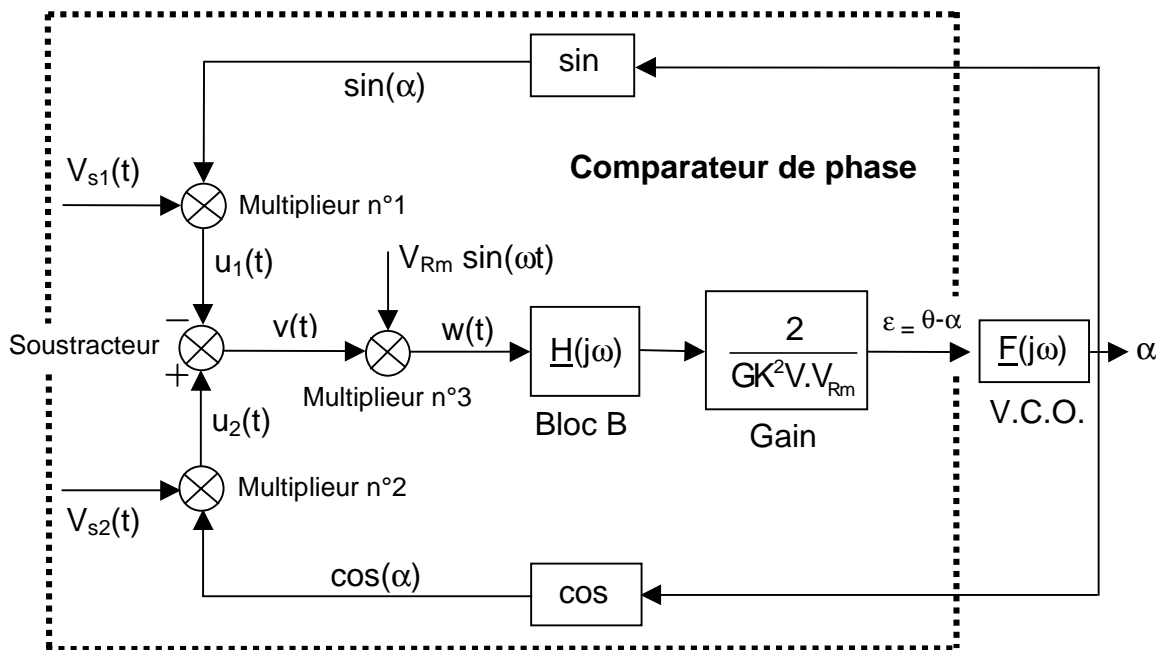


Figure 6.

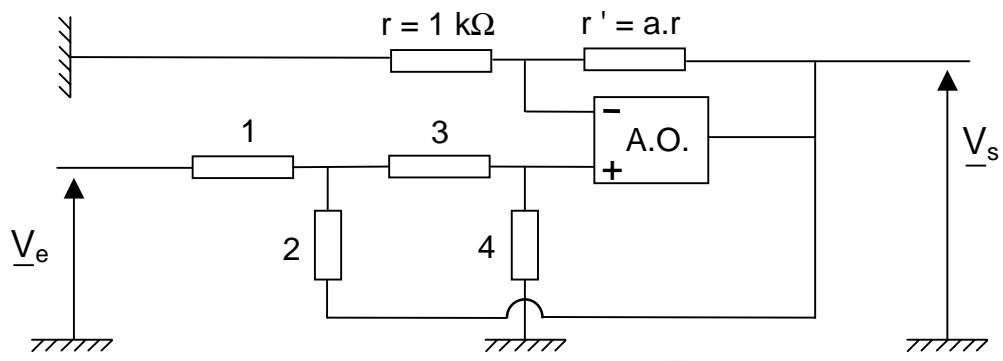


Figure 7.

C = 4,7 nF	C = 100 nF	R = 22 Ω	R = 220 Ω	R = 1kΩ
C = 10 nF	C = 220 nF	R = 38 Ω	R = 380 Ω	R = 2.2 kΩ
C = 22 nF	C = 470 nF	R = 47 Ω	R = 470 Ω	R = 3.8 kΩ
C = 47 nF	C = 1μF	R = 68 Ω	R = 680 Ω	R = 4.7 kΩ

Figure 8.

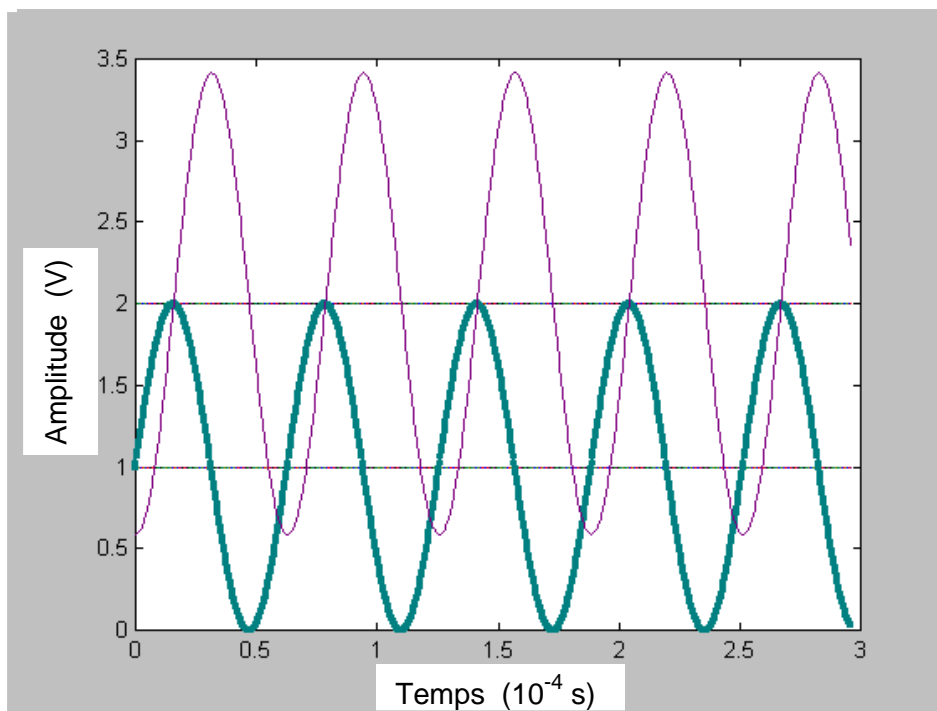


Figure 9.

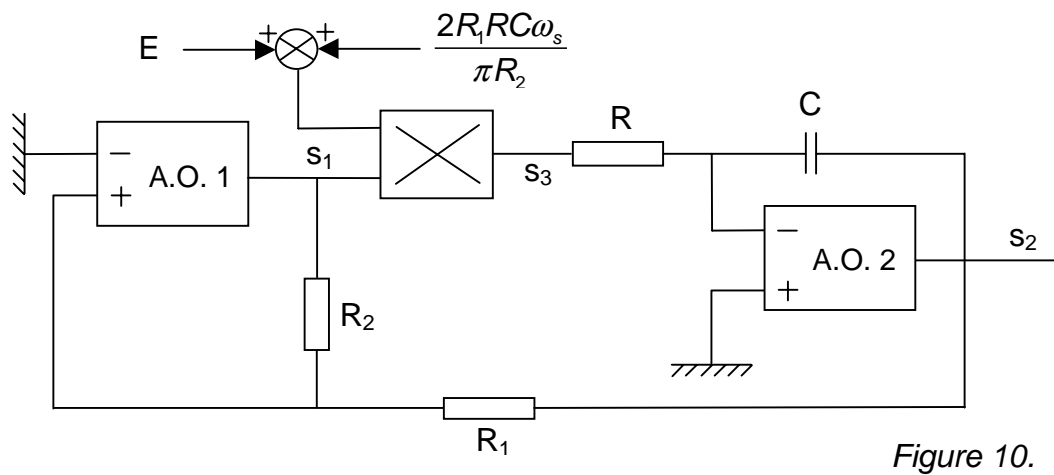


Figure 10.

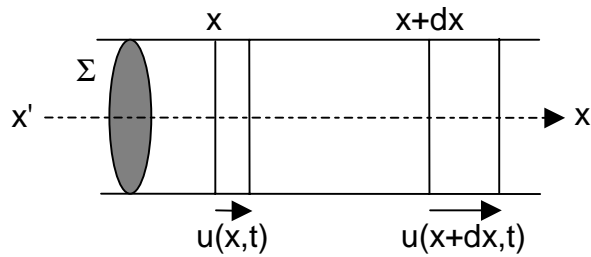


Figure 11.

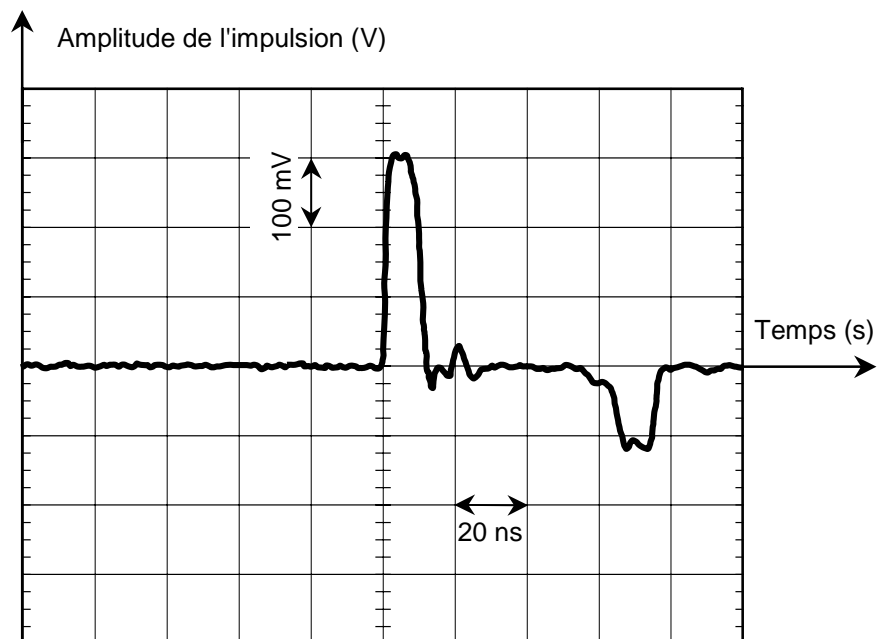


Figure 12.

**FIN DE L'EPREUVE**