PHYSIQUE II

Partie I - Étude d'une turbine

I.A - Dans une turbine, un fluide passe des conditions (pression P_1, température T_1, vitesse v_1, enthalpie massique h_1) à l'entrée aux conditions (pression P_2, température T_2, vitesse v_2, enthalpie massique h_2) à la sortie (Figure 1).

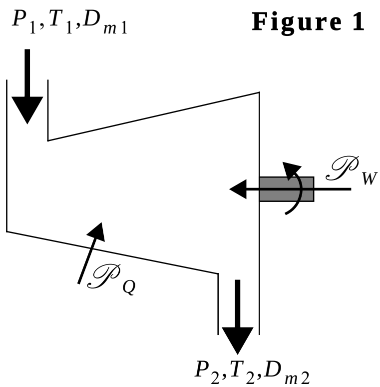


Figure 1

Dans la turbine, le fluide reçoit **algébriquement** de l'extérieur une puissance mécanique $\mathscr{P}_W$ (cette puissance mécanique n'inclut pas la puissance des forces de pression au niveau des surfaces d'entrée et de sortie) et une puissance thermique $\mathscr{P}_Q$.

On néglige toute variation d'énergie potentielle gravitationnelle et on se place en régime permanent.

I.A.1) Montrer que les débits massiques entrant D_{m1} et sortant D_{m2} (masse de fluide entrant ou sortant par unité de temps) sont égaux. On pose $D_{m1} = D_{m2} = D_m$.

I.A.2) Montrer que l'application du premier principe à une quantité de fluide que l'on définira de manière précise, conduit à :

$$D_m\left(\left(h_2 + \frac{v_2^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2}\right)\right) = \mathscr{P}_W + \mathscr{P}_Q$$

Une très grande attention sera apportée aux explications fournies.

I.B - *Application numérique* : une **turbine à vapeur** fonctionne dans les conditions suivantes :

Entrée :

$$P_1 = 60 \text{ bar } (1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}),\ T_1 = 713 K,\ v_1 = 160 \text{ m.s}^{-1},\ h_1 = 3277,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Sortie :

$$P_2 = 0,95 \text{ bar},\ v_2 = 80 \text{ m.s}^{-1},\ h_2 = 2673,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Filière TSI

Pour un débit massique $D_m = 20\ \mathrm{kg.s^{-1}}$, la turbine fournit une puissance $(-\mathscr{P}_W) = 11,5 \times 10^6 W$.

I.B.1) Calculer la puissance thermique $\mathscr{P}_Q$ et préciser le sens de ce transfert thermique.

I.B.2) Calculer le rapport

$$\left|\frac{\mathscr{P}_Q}{\mathscr{P}_W}\right|.$$ Commentaire.

I.B.3) Calculer le rapport

$$\left|\frac{\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}}{h_2 - h_1}\right|.$$ Commentaire.

Dans toute la suite de ce problème :

- *on considérera une turbine à gaz simple puis un turboréacteur dans lesquels l'air en entrée ou les gaz brûlés en sortie seront assimilés à des gaz parfaits de masse molaire M, de capacités thermiques massiques à volume constant c_v et à pression constante c_p (c_v et c_p sont supposées constantes, indépendantes de la température).*

  On donne :

  $$c_p = 1,0087\ \mathrm{kJ.\,kg^{-1}.K^{-1}},\ \gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$$

  $$r = \frac{R}{M} = 0,2882\ \mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$$ (R constante des fluides parfaits)

- *On utilisera la relation de la question* I.A.2 ; ***tous les travaux définis dans les paragraphes suivants n'incluront jamais le travail des forces de pression au niveau des surfaces d'entrée et de sortie des dispositifs considérés.***

Partie II - Étude d'une turbine fonctionnant suivant un cycle de Joule (ou cycle Brayton)

La figure 2 schématise le fonctionnement d'une turbine à gaz : elle comprend un compresseur Co qui puise l'air dans l'atmosphère, une chambre de combustion Ch (dans laquelle l'air est brûlé par un carburant dont on négligera le débit massique) et une turbine Tu alimentée par les gaz chauds issus de la chambre de combustion ; la turbine entraîne le compresseur à l'aide d'un arbre de liaison Al.

II.A - La figure 3 (entropie massique s en abscisse, température T en ordonnée) donne les éléments du cycle qui commande un fonctionnement idéal du dispositif :

- $1 \rightarrow 2$: évolution isentropique dans le compresseur Co durant laquelle l'air reçoit, par unité de masse, le travail W_C.
- $2 \rightarrow 3$: évolution isobare à la pression constante P_2 pendant la combustion qui fournit au gaz, par unité de masse, le transfert thermique Q_E.
- $3 \rightarrow 4$: évolution isentropique dans la turbine Tu durant laquelle les gaz brûlés reçoivent **algébriquement** par unité de masse, le travail W_T. Ce travail sert en partie à faire fonctionner le compresseur et le reste est disponible pour le milieu extérieur.
- $4 \rightarrow 1$: évolution isobare à la pression constante P_1 lors de l'éjection des gaz brûlés qui reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le transfert thermique Q_S.

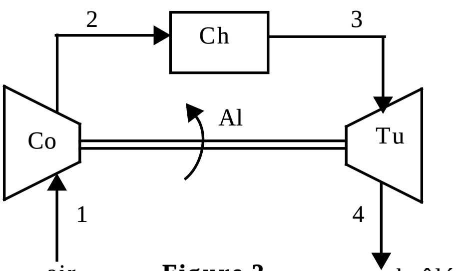


Figure 2

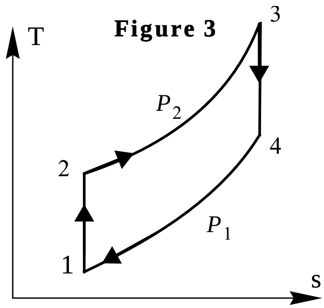


Figure 3

II.A.1) Représenter le cycle de Joule en diagramme de Clapeyron : volume massique V/m en abscisse, pression P en ordonnée.

II.A.2) En utilisant la relation obtenue à la question I.A.2 et en négligeant les variations d'énergie cinétique, exprimer les travaux W_C et W_T ainsi que les transferts thermiques Q_E et Q_S en fonction de c_p et des températures T_1, T_2, T_3, T_4 correspondant respectivement aux points (1), (2), (3), (4) de la figure 3.

II.A.3) Quel est, en fonction de W_C et W_T, le travail W_F **fourni** par unité de masse par le système au milieu extérieur au cours d'un cycle ?

II.A.4) Définir le rendement thermodynamique η de la turbine à gaz. Déterminer l'expression de η en fonction des températures T_1, T_2, T_3, T_4, puis en fonction des seules températures T_1 et T_2.

II.A.5) Déterminer l'expression de η en fonction du rapport des pressions

$\alpha = \dfrac{P_2}{P_1}$ et du coefficient γ.

II.A.6) Représenter graphiquement η en fonction de α, dans le domaine $\alpha \in [5,15]$.

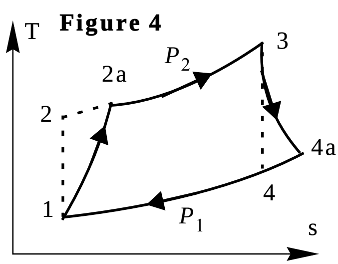
II.A.7) *Application numérique* : on donne $P_1 = 1,03$ bar, $T_1 = 300K$, $P_2 = 10,3$ bars, $T_3 = 1300$ K.

a) Calculer T_2 et T_4.

b) Calculer W_C, W_T et Q_E.

c) Calculer le rendement η

II.B - En fait, le compresseur et la turbine ont des fonctionnements irréversibles et le cycle réel des gaz dans la turbine est représenté figure 4 (états (1) et (3) inchangés) :



- $1 \to 2a$: l'évolution de l'air dans le compresseur Co n'est plus isentropique ; l'air y reçoit, par unité de masse, le travail W_{Ca}.
- $2a \to 3$: pendant la combustion, l'évolution reste isobare à la pression constante P_2 ; le gaz reçoit, par unité de masse, le transfert thermique Q_{Ea}.
- $3 \to 4a$: l'évolution des gaz dans la turbine Tu n'est plus isentropique ; les gaz brûlés reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le travail W_{Ta}.
- $4a \to 1$: lors de l'éjection des gaz brûlés, l'évolution reste isobare à la pression P_1 ; les gaz reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le transfert thermique Q_{Sa}.

On définit les efficacités η_C et η_T (η_C et η_T sont inférieures à l'unité) respectives du compresseur et de la turbine par :

$$\eta_C = \frac{W_C}{W_{Ca}} \text{ et } \eta_T = \frac{W_{Ta}}{W_T}.$$

(W_C et W_T ayant été définis lors de la partie II.A pour des comportements réversibles).

La relation obtenue à la question I.A.2 est toujours valable et les variations d'énergie cinétique restent négligeables.

II.B.1) Calculer les températures respectives T_{2a} et T_{4a} des points $(2a)$ et $(4a)$ en fonction des températures T_1, T_2, T_3, T_4 et des coefficients η_C et η_T.

II.B.2) Expliquer pourquoi les points $(2a)$ et $(4a)$ se situent respectivement à droite des points (2) et (4) sur la figure 4.

II.B.3) Calculer le rendement η_a de cette turbine à gaz en fonction des températures T_1, T_{2a}, T_3, T_{4a}.

II.B.4) Calculer la variation d'entropie massique Δs_{Ca} du gaz pendant l'évolution $1 \rightarrow 2a$ en fonction de T_1, T_{2a}, r, c_p et du rapport des pressions $\alpha = P_2/P_1$.

Calculer de même la variation Δs_{Ta} d'entropie massique du gaz pendant l'évolution $3 \rightarrow 4a$ en fonction de T_3, T_{4a}, α, c_p et r.

II.B.5) *Application numérique* : en plus des valeurs numériques précédentes, on donne $\eta_C = 0,82$, $\eta_T = 0,85$. Calculer T_{2a}, T_{4a}, η_a, Δs_{Ca} et Δs_{Ta}.

Partie III - Étude d'un turboréacteur

La figure 5 représente la structure schématique d'un turboréacteur d'aviation, l'une des applications les plus pertinentes de la turbine à gaz.

La section centrale de l'engin comprend les trois composants déjà étudiés lors de la seconde partie (compresseur Co, chambre de combustion Ch, turbine à gaz Tu) et dans laquelle l'énergie cinétique des gaz peut être négligée. A l'entrée du turboréacteur, se trouve le diffuseur Di dont la fonction est d'accroître la pression de l'air depuis la pression d'entrée P_y jusqu'à la pression P_1 d'entrée dans le compresseur (on parle d'une compression fractionnée de P_y à P_1). Cette compression est obtenue aux dépens de l'énergie cinétique de sorte que la vitesse de l'air passe de la valeur v_y à l'entrée du diffuseur à une valeur négligeable $(v_1 \approx 0)$ en sortie du diffuseur.

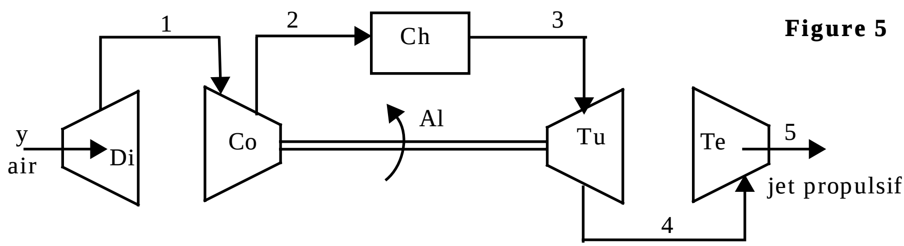


Figure 5

A la sortie de la turbine Tu, vient la tuyère Te qui accroît la vitesse des gaz brûlés d'une vitesse négligeable $(v_4 \approx 0)$ à la sortie de la turbine, à la vitesse v_5 (avec évidemment $v_5 > v_y$) à la sortie du turboréacteur.

III.A - La figure 6 représente l'évolution cyclique de l'unité de masse de gaz pour un **fonctionnement idéal** du turboréacteur (entropie massique s en abscisse et température T en ordonnée).

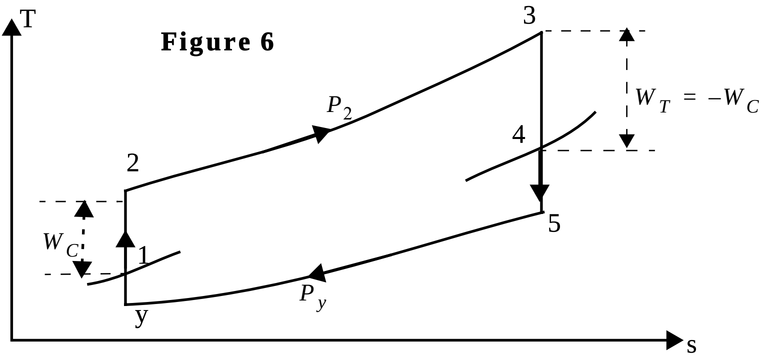


Figure 6

- $y \to 1 \to 2$: évolution isentropique dans le diffuseur Di et le compresseur Co ; l'air ne reçoit pas de travail dans le diffuseur et il reçoit, par unité de masse, le travail W_C dans le compresseur.
- $2 \to 3$: évolution isobare à la pression constante P_2 pendant la combustion qui fournit, par unité de masse de gaz, le transfert thermique Q_E.
- $3 \to 4 \to 5$: évolution isentropique dans la turbine Tu et la tuyère Te ; dans la turbine, les gaz brûlés reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le travail W_T. Dans un turboréacteur, la totalité de ce travail sert à faire fonctionner le compresseur de sorte que $W_T + W_C = 0$. Les gaz brûlés ne reçoivent pas de travail dans la tuyère.
- $5 \to y$: évolution isobare à la pression constante $P_y = P_5$ lors de l'éjection des gaz brûlés qui reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le transfert thermique Q_S.

III.A.1) Représenter l'évolution cyclique des gaz dans le turboréacteur en diagramme de Clapeyron (volume massique V/m en abscisse, pression P en ordonnée) en y indiquant clairement la position des différents points (y), (1), (2), (3), (4), (5).

III.A.2) **Évolution de l'air dans le diffuseur** Di.

a) En utilisant la relation obtenue à la question I.A.2, écrire une relation entre la température T_y et la vitesse de l'air v_y à l'entrée du diffuseur et la température T_1 à la sortie du diffuseur.

b) *Application numérique* : l'avion vole à la vitesse $v_y = 260\ \mathrm{m.s^{-1}}$ à une altitude telle que $P_y = 0,67\ \mathrm{bar}$ et $T_y = 266\ \mathrm{K}$.

Calculer T_1 et la pression P_1 en sortie du diffuseur. Vérifier que l'on peut raisonnablement identifier ces valeurs avec celles à l'entrée du compresseur étudié à la question II.A.7. **On adoptera ces dernières valeurs dans toute la suite de ce problème.**

III.A.3) **Évolution dans la section centrale** $(Co + Ch + Tu)$.

a) Exprimer le travail W_C en fonction du rapport de compression $\alpha = \dfrac{P_2}{P_1}$ dans le compresseur, de T_1, c_p et γ.

En déduire la température T_4 en fonction de T_1, T_3, α et γ. Déterminer la pression P_4.

b) *Application numérique* : en plus des valeurs précédentes, on donne $\alpha = 10$, $T_3 = 1300\ \mathrm{K}$. Calculer W_C, T_4, P_4. Calculer également T_2.

III.A.4) **Évolution des gaz brûlés dans la tuyère** Te .

a) En utilisant la relation obtenue à la question I.A.2, écrire une relation entre la température T_4 des gaz à l'entrée de la tuyère et la température T_5 et la vitesse v_5 à la sortie de la tuyère.

b) *Application numérique* : calculer T_5 et v_5. Que pensez-vous de la valeur obtenue pour la vitesse v_5 ?

III.A.5)

a) D_m désignant le débit massique d'air entrant dans le turboréacteur, la force de poussée ou « poussée » du turboréacteur est définie par $F = D_m(v_5 - v_y)$.

Proposer une justification de cette relation et vérifier son homogénéité.

b) Calculer la puissance $\mathcal{P}_F$ de la poussée correspondant à l'avion qui se déplace à la vitesse v_y.

c) Calculer la puissance $\mathcal{P}_{QE}$ absorbée par l'air, lors de sa combustion, en fonction de D_m, c_p, T_3 et T_2.

d) En déduire l'efficacité motrice du turboréacteur η_M en fonction de v_5, v_y, c_p, T_3 et T_2.

e) *Application numérique* : calculer $\mathcal{P}_F$, $\mathcal{P}_{QE}$ et η_M pour un débit $D_m = 70\ \mathrm{kg.s^{-1}}$.

III.B - En réalité, le diffuseur, le compresseur, la turbine et la tuyère ont des fonctionnements irréversibles (l'évolution des gaz dans ces appareils n'est donc plus isentropique) et la cycle réel des gaz dans le turboréacteur est représenté figure 7 **(l'état initial** (y) **étant évidemment inchangé par rapport au cas idéal)**. Dans les questions qui suivent, on utilisera les données numériques demandées sans chercher à tout prix à écrire les expressions littérales correspondantes. Dans le compresseur, la chambre de combustion et la turbine, l'énergie cinétique des gaz est toujours négligeable.

Sur la figure 7, sont représentés :

- le cycle réel $y \to 1a \to 2a \to 3a \to 4a \to 5a \to y$.
- les points (y), (1), (2) correspondant au début du cycle idéal.
- le point « fictif » $(4b)$ qui a même entropie massique que le point $(3a)$ et même pression P_{4a} que le point $(4a)$.
- le point $(5b)$ qui a même entropie massique que le point $(4a)$ et même pression P_y que les gaz sortant du turboréacteur.

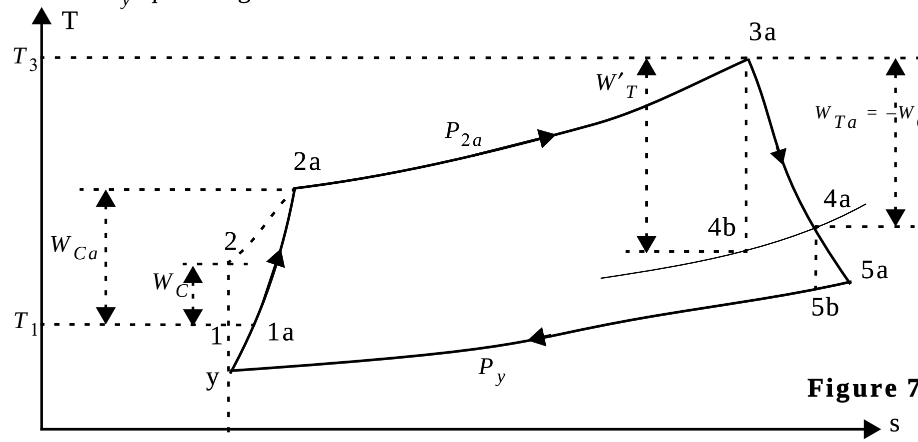


Figure 7

III.B.1) **Evolution $y \to 1a$ dans le diffuseur Di :**

L'air entre dans le diffuseur Di à la pression P_y, avec la vitesse v_y, et en ressort à la même température T_1 que dans le cas idéal mais avec une pression P_{1a} un peu plus faible ; le rendement en pression du diffuseur, défini par :

$$K_{Di} = \frac{P_{1a} - P_y}{P_1 - P_y} \text{ est égal à } K_{Di} = 0,91 .$$

La vitesse de sortie de l'air est négligeable $(v_1 \approx 0)$. La température T_1 et la pression P_1 ont été calculés dans la partie III.A.

Calculer la valeur numérique de la pression P_{1a} de l'air à la sortie du diffuseur.

III.B.2) **Evolution $1a \to 2a$ dans le compresseur Co :**

Dans le compresseur Co, l'air reçoit, par unité de masse, le travail W_{Ca} dont l'efficacité (cf partie II.B) vaut:

$$\eta_C = \frac{W_C}{W_{Ca}} = 0,82 ,$$

W_C désignant le travail reçu par l'air dans le cas idéal (calculé dans la partie III.A).

Le rapport de compression

$$\alpha = \frac{P_{2a}}{P_{1a}} \text{ est toujours égal à } \alpha = 10 .$$

Calculer la valeur numérique du travail W_{Ca} reçu par l'unité de masse d'air dans le compresseur.

Déduire la valeur numérique de la température T_{2a} de l'air à la sortie du compresseur. Calculer également la valeur numérique de la pression P_{2a} à la sortie du compresseur.

III.B.3) **Evolution** $2a \rightarrow 3a$ **dans la chambre de combustion** Ch .

Dans la chambre de combustion Ch, les gaz suivent toujours une évolution isobare à la pression constante P_{2a} qui les mène à la température $T_3 = 1300\ \mathrm{K}$ (la même que dans le cas idéal) et la combustion fournit aux gaz, par unité de masse, le transfert thermique Q_{Ea}.

Calculer la valeur numérique du transfert thermique Q_{Ea}.

III.B.4) **Evolution** $3a \rightarrow 4a$ **dans la turbine** Tu .

a) Dans la turbine Tu les gaz brûlés reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le travail W_{Ta} et la totalité de ce travail sert à faire fonctionner le compresseur de sorte que l'on a toujours $W_{Ta} + W_{Ca} = 0$.

En déduire la valeur numérique de la température T_{4a} des gaz brûlés à la sortie de la turbine.

b) Pour une évolution de la pression P_{2a} à la pression P_{4a}, l'efficacité $\eta_T = \dfrac{W_{Ta}}{W'_T}$ de la turbine est égale à $\eta_T = 0,85$, W'_T désignant le travail que recevraient les gaz au cours d'une transformation isentropique « fictive » $3a \rightarrow 4b$.

Calculer la valeur numérique du travail W'_T, puis en déduire celles de la température T_{4b} et de la pression P_{4a} du point $(4b)$.

III.B.5) Evolution $4a \rightarrow 5a$ **dans la tuyère** Te **.**

Dans la tuyère Te, la variation d'enthalpie massique est plus faible que dans le cas idéal d'une évolution isentropique (représentée par l'évolution « fictive » $4a \rightarrow 5b$ sur la figure 7) et l'on définit l'efficacité η_{Te} de la tuyère par :

$$\eta_{Te} = \frac{h_{5a} - h_{4a}}{h_{5b} - h_{4a}} \text{, avec } \eta_{Te} = 0,96 .$$

Les gaz sortent toujours de la tuyère à la pression constante P_y, la même que dans le cas idéal (sur la figure 7, les points $(5a)$, $(5b)$ et (y) sont à la même pression P_y).

Calculer les valeurs numériques de la température T_{5b} du point $(5b)$ puis en déduire celles de la température T_{5a} et de la vitesse v_{5a} des gaz à la sortie de la tuyère (on suppose que, comme dans le cas idéal, les gaz entrent dans la tuyère avec une vitesse négligeable et n'y reçoivent aucun travail).

III.B.6) Calculer, dans le cas réel, les valeurs numériques de la puissance $\mathscr{P}_{Fa}$ de la poussée F_a du turboréacteur, de la puissance $\mathscr{P}_{QEa}$ absorbée par l'air lors de sa combustion, et de l'efficacité motrice du turboréacteur η_{Ma}, lorsque l'avion vole à la vitesse $v_y = 260\ \mathrm{m.s^{-1}}$ et pour un débit massique $\;_m$ d'air entrant dans le turboréacteur égal à $D_m = 70\ \mathrm{kg.s^{-1}}$ (comme dans le cas idéal).

III.B.7) Quelles critiques peut-on apporter au modèle dit « réel » ?

••• FIN •••
