**CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS**

**(Concours national DEUG)**

---

Epreuve commune aux 3 options (Mathématiques, Physique, Chimie)

# PHYSIQUE - PARTIE I

**Mercredi 18 mai : 8 h - 10 h**

---

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

---

**Les calculatrices sont autorisées**

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

---

Les parties A et B sont totalement indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

---

# Partie A
## Charges électriques dans un cumulonimbus

DOCUMENT 1 (*d'après le site Web « Wikipédia »*) http://fr.wikipedia.org/wiki/Nuage

En météorologie, un nuage est une masse visible constituée d'une grande quantité de gouttelettes d'eau (parfois de cristaux de glace associés à des aérosols chimiques ou des minéraux) en suspension dans l'atmosphère au-dessus de la surface de la planète. La formation du nuage orageux (ou cumulonimbus) (figure **A.1**) est favorisée par des conditions chaudes et humides à la surface du sol, mais plus froides et sèches en altitude. Ce nuage est « bourré » de charges électriques avec une répartition bien spécifique. Selon un processus complexe, les charges positives se concentrent plutôt au sommet du nuage et les charges négatives à la base. Au voisinage du sol, sous le cumulonimbus, l'atmosphère se charge positivement par influence.

Seul le cumulonimbus est générateur d'orages

*Cliché : Simo Räsänen (Wikipédia)* Figure **A.1**

Il s'agit, dans cet exercice, de modéliser la répartition des charges électriques positives (⊕) et négatives (⊖) au sein du cumulonimbus (figure **A.2**) et d'envisager l'apparition de la foudre.
L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct ($Ox$, $Oy$, $Oz$) de base ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$).

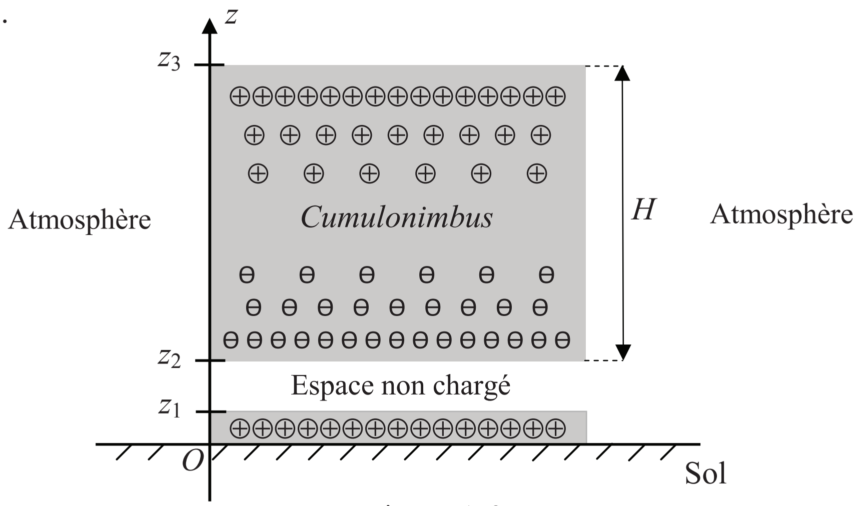


Figure **A.2**

Hypothèses de travail

- Le nuage est un cylindre d'axe vertical (vecteur $\overrightarrow{e_z}$), de surface de base $S$ et de hauteur $H = z_3 - z_2$.
- À l'intérieur du cumulonimbus ($z_2 \leq z \leq z_3$), la densité volumique de charges $\rho(z)$ est une fonction affine de l'altitude : $\rho(z) = \frac{\rho_m}{H}\,[2\,z - (z_2 + z_3)]$, avec $\rho_m$ constante positive.
- La densité volumique $\rho_o > 0$ de charges au voisinage du sol, dans l'épaisseur $0 \leq z \leq z_1$, est uniforme.
- Les effets de bord sont négligés et toutes les grandeurs envisagées sont unidimensionnelles et ne dépendent que de l'altitude $z$.
- Il est admis qu'en tout point $M$ de l'espace, le champ électrique peut s'écrire sous la forme $\vec{E}(M) = E(z)\ \overrightarrow{e_z}$. De plus, puisque les distributions de charges sont volumiques, le champ électrique est **continu**.
- Le champ électrique $\vec{E}(z = 0)$ et le potentiel $V(z = 0)$ sont supposés nuls au ras du sol.
- La permittivité diélectrique, considérée uniforme et constante dans toute l'atmosphère, vaut $\varepsilon_o$.

Rappel

- Équation de Maxwell & Gauss (valable dans toute l'atmosphère) : $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$ .

Données numériques

$\varepsilon_o = 8{,}9 \times 10^{-12}$ F m$^{-1}$.

Des mesures donnent :

$E(z_1) = +\,5{,}0 \times 10^4$ V m$^{-1}$ à l'altitude $z_1$ ;

$E\left(\frac{z_2+z_3}{2}\right) = -\,2{,}5 \times 10^5$ V m$^{-1}$ valeur maximale du champ (en valeur absolue), au centre du nuage ;

$z_1 = 2{,}5 \times 10^2$ m ; $z_2 = 1{,}0 \times 10^3$ m ; $z_3 = 1{,}1 \times 10^4$ m ; $S = 2{,}0 \times 10^7$ m$^2$.

**I. Champ et potentiel à l'intérieur et à proximité du nuage**

**1.** En appliquant, au choix, le théorème de Gauss ou l'équation de Maxwell et Gauss, déterminer, en fonction des données de l'énoncé, le champ électrique $\vec{E}(z)$ :

**a)** dans l'espace chargé, défini par $0 \leq z \leq z_1$ ;

**b)** dans l'espace non chargé sous le nuage, c'est-à-dire pour $z_1 < z < z_2$ ;

**c)** à l'intérieur du cumulonimbus, c'est-à-dire pour $z_2 \leq z \leq z_3$.

**2.** Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $E(z)$ pour $z \in [0\,;\,z_3]$.

**3.** *Application numérique* : $\rho_m = 1{,}0 \times 10^{-9}$ C m$^{-3}$.
Calculer :

**a)** la densité volumique de charge $\rho_o$ ;

**b)** la charge totale $Q_o$ contenue sous le nuage, entre $z = 0$ m et $z = z_1$ ;

**c)** la charge totale négative $-\,Q$ portée par la **moitié inférieure** du cumulonimbus.

**4.** La foudre est un phénomène naturel de décharge électrique qui se produit lorsque la différence de potentiel, entre deux nuages d'orage voisins ou entre un nuage et la terre, engendre un champ électrostatique (électrique) égal ou supérieur, en valeur absolue, à la valeur $E_d = 10^6$ V m$^{-1}$ dans de l'air humide. Dans ces conditions, le champ, qualifié de champ disruptif, est responsable de l'ionisation des molécules d'air environnantes et de la formation d'un milieu conducteur propice aux déplacements des charges électriques, donc de l'apparition de la foudre. Y a-t-il, dans l'espace considéré depuis le début de l'exercice, des zones où le champ électrique est disruptif ?

**5.** Le potentiel électrostatique $V(M)$ est défini par la relation $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}\ V(M)$, soit ici $E(z) = -\dfrac{dV(z)}{dz}$. Sachant que le potentiel est nul au sol par convention, déterminer les expressions de $V(z)$ entre la terre et le nuage, c'est-à-dire :

**a)** dans l'espace chargé, défini par $0 \leq z \leq z_1$ ;

**b)** dans la zone dépourvue de charges, si $z_1 < z < z_2$.

**6.** *Application numérique* : calculer la différence de potentiel $U = V(z_2) - V(z = 0\ \text{m})$ entre la base du nuage ($z = z_2$) et le sol ($z = 0$ m).

## II. Effet de pointe, ionisation et foudre

DOCUMENT 2 (*d'après le site Web « Wikipédia »*) http://fr.wikipedia.org/wiki/Foudre

Lorsque des charges électriques négatives descendent du nuage, elles cherchent à rejoindre le sol au plus court, en empruntant cependant un chemin de bonne conductivité. L'air étant un isolant, elles profitent de tout ce qui leur offre une moindre résistance électrique pour rejoindre le sol.

Les charges positives accumulées sous l'orage au voisinage du sol ($0 \leq z \leq z_1$), en réponse à l'approche de la charge négative nuageuse, ont tendance à se concentrer sur des objets élevés et pointus, tels que les arbres, les poteaux et les bâtiments, un phénomène que tentent d'exploiter les paratonnerres. Cette concentration de charges a pour conséquence une augmentation importante du champ électrique local. Ce phénomène physique, nommé « effet de pointe » (aussi appelé « pouvoir des pointes »), vient du fait que le champ électrique est plus fort au voisinage d'une pointe conductrice chargée de petit rayon de courbure $R$. Un champ $E$ intense ($|E| \geq E_d$) peut avoir pour conséquence l'ionisation des molécules d'air et ainsi la mise à disposition d'un canal ionisé (nommé traceur) propice au déplacement de la charge négative colossale en provenance du nuage. L'éclair va pouvoir relier le ciel au sol. C'est le coup de foudre.

L'objet pointu peut être modélisé par une petite sphère conductrice, de centre $\Omega$ et de rayon $R$, portant la charge $q$. Le potentiel en un point $M$ extérieur à la boule, mais tout proche de sa surface ($r = \Omega M \approx R_+$), vaut $V(R_+) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ et le champ radial, créé en ce même point, vaut : $\vec{E}(R_+) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\ \vec{e_r}$, avec $\vec{e_r} = \dfrac{\overrightarrow{\Omega M}}{\Omega M}$. D'où l'équation, valable en ce point $M$, $\|\vec{E}(R_+)\| = \dfrac{|V(R_+)|}{R}$, relation indépendante de la charge $q$ portée par la sphère.

**7.** Démontrer la relation $\vec{E}(R_+) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\ \vec{e_r}$.

**8.** Maintenue à l'altitude $z$, cette sphère se porte rapidement au potentiel local $V(z)$. Exprimer, en fonction de $z$ et des données de l'énoncé, le rayon de courbure $R_d(z)$ de la sphère capable de créer le champ disruptif $E_d$ au voisinage du sol (c'est-à-dire pour $0 < z \leq z_1$).

**9.** *Application numérique* : $E_d = 10^6\ \text{V m}^{-1}$.

**a)** Sous le cumulonimbus de la partie **A.I** du problème, la pointe d'un paratonnerre (tige métallique simple effilée), de rayon de courbure $R_p = 5{,}0 \times 10^{-3}$ m est installée au sommet du toit d'une maison à l'altitude $z = 10$ m. La densité volumique de charges locales est estimée à $\rho_o = 1{,}8 \times 10^{-9}$ C m$^{-3}$. La pointe risque-t-elle d'ioniser l'air en favorisant une décharge disruptive et un déclenchement de la foudre ?

**b)** Une charge électrique estimée à $-Q = -50$ C, portée par le cumulonimbus, rejoint le sol ($z = 0$) depuis l'altitude $z_2$ pendant la durée $\Delta t = 1{,}0 \times 10^{-3}$ s de l'éclair. La tension $V(z_2) - V(z = 0 \text{ m})$ est estimée à la valeur $U = -4{,}4 \times 10^7$ V. L'éclair traverse l'air, gaz parfait de constante $R = 8{,}3$ J mol$^{-1}$ K$^{-1}$, de pression $P_o = 1{,}0 \times 10^5$ Pa, de température initiale $T_o = 300$ K et de coefficient thermique molaire $C_{p,m} = 29$ J mol$^{-1}$ K$^{-1}$.

Évaluer :
- l'intensité $I$ du courant de la décharge ;
- la puissance électrique $P_{él}$ de l'éclair ;
- l'énergie électrique $W_{él}$ mise en jeu ;
- l'élévation de température $\Delta T$ de l'air traversé par la décharge, en admettant que toute l'énergie électrique soit dégradée en chaleur dans une colonne cylindrique verticale d'air, de hauteur $z_2$ et de rayon $a = 5{,}0 \times 10^{-2}$ m.

**10.** Quelle peut être l'origine du fracas sonore (ou tonnerre) ?

## Partie B

## Protection d'un fil électrique domestique

DOCUMENT 1 (*d'après le site Web « Wikipédia »*) http://fr.wikipedia.org/wiki/Polyéthylène

Important polymère de synthèse, le polyéthylène, ou polyéthène (sigle générique PE), est l'un des polymères les plus simples et les moins chers. Il appartient à la famille des polyoléfines. Ce plastique est un homopolymère d'éthène (ou éthylène) $H_2C{=}CH_2$. Sa formule $-(CH_2)_n-$, de type « polyméthylène » et de nature paraffinique (caractéristiques proches des alcanes), explique sa grande inertie chimique. Le polyéthylène est notamment utilisé pour la fabrication des gaines colorées des câbles électriques. Ces fines couches plastifiées permettent les échanges thermiques entre le fil métallique et l'extérieur, tout en assurant une excellente isolation électrique. En outre, cette couche de polyéthylène, souple, résistante et auto-extinguible, s'adapte aisément à toutes les déformations du câble (courbes, plis, torsions, etc.). Cependant, sa résistance mécanique fléchit nettement et sa structure se fragilise si sa température dépasse sa température de fusion $T_{fus,PE} = 355$ K.

DOCUMENT 2 (*d'après le site Web « Etronics »*) http://etronics.free.fr/dossiers/elec/elec01.htm

Pour une installation électrique domestique, il est nécessaire de déterminer avec soin la bonne section des câbles. Trop fins, ils chauffent et les pertes par effet Joule sont inacceptables. Trop gros (pour les forts courants), ils sont inutilement lourds et chers. La section du câble, exprimée en mm², doit toujours correspondre à la puissance du circuit.
- Pour les circuits d'éclairage domestique de 10 A, la section est de 1,5 mm$^2$.
- Les câbles de 2,5 mm$^2$ sont destinés aux circuits de « prises ».
- Enfin pour les circuits « prises » de 32 A qui concernent les appareils de cuisson, la section du câble doit être de 6 mm$^2$.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Section en mm² du fil de cuivre** | 0,5 | 0,75 | 1 | 1,5 | 2,5 | 4 | 6 | 10 | 16 |
| **Intensité maxi en Ampères (A) & disjoncteur** | 3 | 6 | 10 | 16 | 25 | 30 | 40 | 60 | 80 |

L'espace est rapporté, en coordonnées cylindriques ($r$, $\theta$, $z$), à un repère orthonormé direct de base ($\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$, $\vec{e_z}$). Un fil de cuivre cylindrique homogène, d'axe $Oz$, de longueur considérée comme infinie, de section d'aire $S$ et de rayon $a$, de conductivités électrique $\sigma_{Cu}$ et thermique $\lambda_{Cu}$ uniformes et constantes, est parcouru par un courant électrique d'intensité $I$, de vecteur densité de courant électrique $\vec{j}_{él} = j_{él}\,\vec{e_z}$ uniforme et constant. À travers le métal, un régime permanent et stationnaire de conduction radiale de chaleur s'établit, de vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th} = j_{th}\,\vec{e_r}$ (figure **B.1**). Les température $T_o$ et pression $P_o$ ambiantes sont uniformes et constantes.

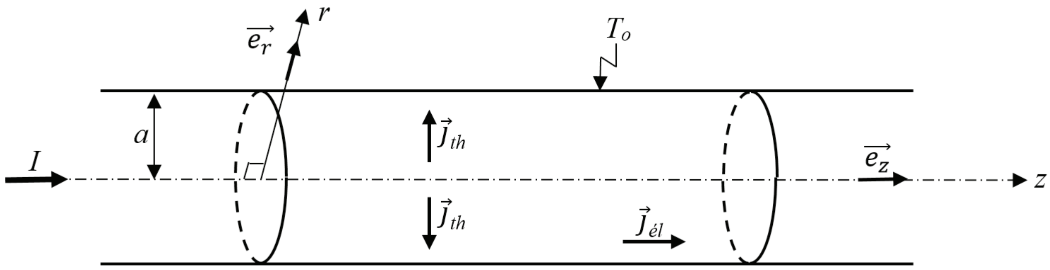


Figure **B.1**

<u>Données à $T_o$ = 293 K (valables pour tout l'exercice)</u> :

$a = 8{,}92 \times 10^{-4}$ m ; $S = 2{,}50 \times 10^{-6}$ m$^2$ ; $\sigma_{Cu} = 5{,}96 \times 10^{7}$ S m$^{-1}$ ;

$\lambda_{Cu} = 4{,}00 \times 10^{2}$ W m$^{-1}$ K$^{-1}$ ; $T_o = 293$ K.

**I. Cas du fil dénudé (sans gaine plastique)**

**1.** Donner l'expression de la résistance électrique $R_\ell$ d'une longueur $\ell$ de ce conducteur ohmique, en fonction des grandeurs $\sigma_{Cu}$, $\ell$ et $S$ (avec $S = \pi a^2$).

**2.** En déduire la puissance électrique $\mathcal{P}_\ell$ reçue par cette portion de fil de longueur $\ell$, en fonction des grandeurs $I$, $\sigma_{Cu}$, $\ell$ et $S$.

**3.** Montrer que la puissance thermique volumique $p_v$ (unité : W m$^{-3}$), dégagée uniformément par effet Joule dans le cuivre, s'exprime par l'égalité : $p_v = \dfrac{I^2}{S^2 .\ \sigma_{Cu}}$ .

**4.** En régime permanent, la puissance thermique dégagée à l'intérieur d'un cylindre, d'axe $Oz$, de rayon $r$ (avec $r \le a$) et de longueur $\ell$, est aussi le flux thermique qui diffuse radialement à travers la surface latérale de ce même cylindre de rayon $r$. Exprimer le vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th,Cu}(r)$ (unité : W m$^{-2}$) en fonction des grandeurs $p_v$ et $r$.

**5.** La surface métallique cylindrique extérieure, de rayon $a$, est maintenue à la température $T_o$ constante. La loi de Fourier, qui ici s'écrit $\vec{j}_{th,Cu}(r) = -\,\lambda_{Cu}\,\dfrac{dT(r)}{dr}\,\vec{e_r}$, est supposée applicable dans le métal. Déterminer la loi de distribution des températures $T(r)$ au sein du fil de cuivre.

**6.** Pour quelle valeur du rayon $r$, la température est-elle maximale et égale à $T_{max,Cu}$ ?

**7.** *Application numérique* : $I = 25{,}0$ A.

**a)** Calculer $T_{max,Cu}$. Conclusion ?

**b)** La température de fusion du cuivre, sous la pression $P_o$, vaut $T_{fus,Cu} = 1\,360$ K. Le fil risque-t-il de fondre si, par erreur de branchement, l'intensité dépasse, modérément, la valeur de 25,0 A ?

## II. Cas du fil protégé par une gaine de polyéthylène « PE »

Le fil de cuivre est maintenant enveloppé d'une gaine cylindrique de polyéthylène (PE), de même axe que celui du fil, d'épaisseur $e$, de conductivité électrique nulle $\sigma_{PE} = 0$ S m$^{-1}$ et de conductivité thermique $\lambda_{PE}$ uniforme et constante. La paroi extérieure de la gaine est maintenue à la température $T(r = a+e) = T_o$. Un courant électrique continu d'intensité $I$, de vecteur densité de courant électrique $\vec{j}_{él} = j_{él}\,\vec{e_z}$ uniforme et constant, circule toujours dans le fil métallique, selon la direction de l'axe $Oz$. À travers la gaine plastique, un régime permanent et stationnaire de conduction radiale de chaleur s'établit, de vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th} = j_{th}\,\vec{e_r}$ (figure **B.2**).

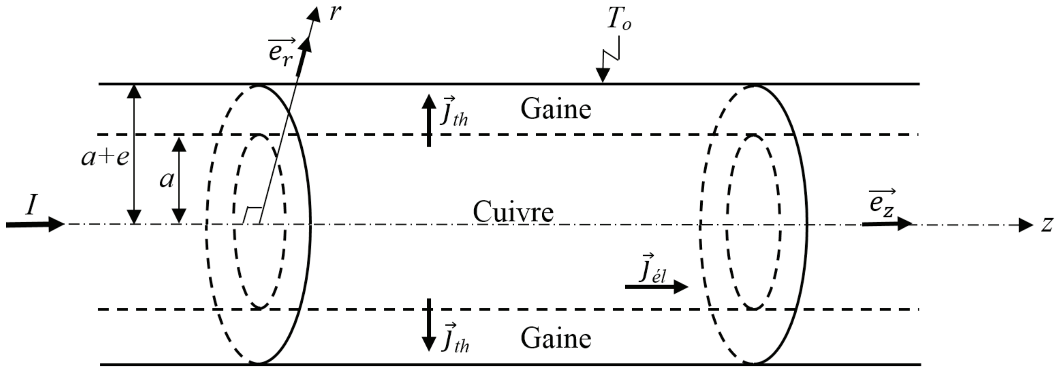


Figure **B.2**

**8.** D'où provient la puissance (ou flux) thermique $\Phi_{th}$ reçue par la gaine en $r = a$ ?

**9.** Exprimer, pour une longueur $\ell$ de câble, cette puissance thermique $\Phi_{th,\ell}$ en fonction de $p_v$, $\ell$ et $a$.

**10.** En envisageant, à l'intérieur de la gaine plastique, une surface cylindrique coaxiale (axe $Oz$) de rayon $r$ (avec $a \le r \le a+e$) et de longueur $\ell$, exprimer le vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th,PE}(r)$, en fonction de $p_v$, $a$ et $r$.

**11.** La loi de Fourier est supposée applicable dans la gaine de polyéthylène. Établir la loi de distribution de la température $T(r)$ dans cette couche plastique, donc pour $r \in [a\,;\,a+e]$.

**12.** À quel endroit de la gaine, la température $T = T_{max,PE}$ sera-t-elle la plus élevée ?

**13.** *Application numérique* : $I = 25{,}0$ A ; $e = 6{,}00 \times 10^{-4}$ m ; $\lambda_{PE} = 4{,}80 \times 10^{-1}$ W m$^{-1}$ K$^{-1}$.

- **a)** Calculer $T_{max,PE}$. Conclusion ?
- **b)** La section $S$ du fil de cuivre peut être réduite en certains endroits, suite à des erreurs de manipulations (serrage excessif, coup de pince malencontreux, etc.). En admettant que le fil conserve sa protection de polyéthylène comprise entre les rayons $a$ et $a+e$, calculer l'aire $S_{min}$ de la section du fil de cuivre en-dessous de laquelle, pour un courant d'intensité $I = 25{,}0$ A, la gaine de polyéthylène commence à fondre avec d'importants risques de courts-circuits.
- **c)** La protection, par un disjoncteur de 25 A, des prises électriques câblées avec du fil de cuivre de 2,5 mm$^2$ de section, se justifie-t-elle ?

**Fin de l'énoncé**

IMPRIMERIE NATIONALE – 16 1360 – D'après documents fournis