CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune à 2 options (Mathématiques et Physique)

PHYSIQUE - PARTIE II

Durée : 2 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

Les parties A et B sont totalement indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

A

ELECTROMAGNETISME

Partie A - Flux du champ magnétique à travers un cadre

L'espace est rapporté, en coordonnées cylindro-polaires, à un repère orthonormé direct de base $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$.
Dans le vide de perméabilité magnétique μ_o, un fil rectiligne supposé infini, de direction Oz et parcouru par un courant i, crée un champ magnétique $\overrightarrow{B(M)}$ en tout point $M(r, \theta, z)$ de l'espace.
L'axe Oz, orienté par le vecteur unitaire $\overrightarrow{e_z}$, est situé dans le plan défini par un cadre rectangulaire **ABCD**, de longueur $BC = DA = a$ et de largeur $AB = CD = b$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = b\ \overrightarrow{e_r}$ sont orthogonaux à l'axe Oz et le côté **AD** est situé à une distance d de cet axe (figure **A.1**).

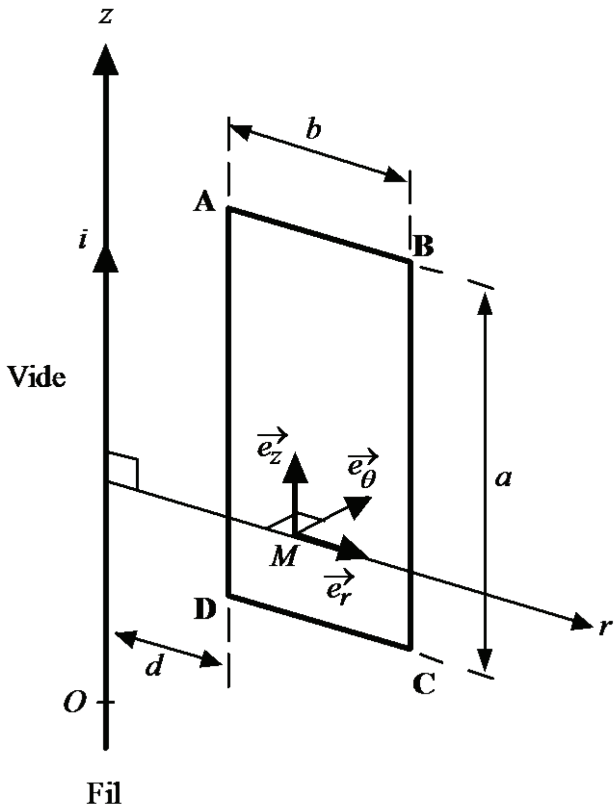


Figure **A.1**

I. Recopier sommairement le schéma de la figure **A.1** et y ajouter le dessin du vecteur $\overrightarrow{B(M)}$, champ magnétique créé par le courant i (qui circule dans le fil), au point M.

II. Exprimer vectoriellement le champ magnétique $\overrightarrow{B(M)}$ créé en ce point $M(r, \theta, z)$.

III. Le flux Φ du champ magnétique à travers le cadre **ABCD** est défini par la relation $\Phi = \iint_{Cadre} \vec{B}.\overrightarrow{dS}$ dans laquelle dS est un élément de surface du cadre ($\overrightarrow{dS} = dS\ \overrightarrow{e_\theta}$). Déterminer le flux Φ en fonction des grandeurs μ_o, a, b, d et i.

Partie B - Principe du freinage électromagnétique

Aucune connaissance spécifique au chapitre de mécanique n'est requise pour traiter cette partie : les quelques formules nécessaires sont d'ailleurs rappelées et certains résultats sont donnés.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$) et supposé galiléen.
Une boucle conductrice rectangulaire **ABCD**, de longueur $BC = DA = a$ et de largeur $AB = CD = b$, possède une résistance R et une inductance L. Dans le vide, ce cadre, de masse m, se déplace en translation sans frottement dans le plan horizontal xOy, parallèlement à l'axe Ox et à ses côtés **BC** et **DA**.
La position dans l'espace de la spire est repérée par l'abscisse algébrique x qui localise la barre **AB** sur l'axe Ox.
Dans le demi-espace $x \geq 0$ règne un champ magnétique constant et uniforme $\overrightarrow{B_o} = B_o\,\overrightarrow{e_z}$ avec B_o constante positive. L'autre demi-espace $x < 0$ est dépourvu de champ magnétique (figures **B.1** et **B.2**).
Pour $x < 0$, le cadre est animé d'un mouvement rectiligne uniforme, de vitesse $\overrightarrow{v_o} = v_o\,\overrightarrow{e_x}$ avec v_o constante positive. L'entrée de la spire dans la zone de champ magnétique s'effectue à l'instant initial $t = 0$ pour lequel $x = 0$ et $v = v_o$.

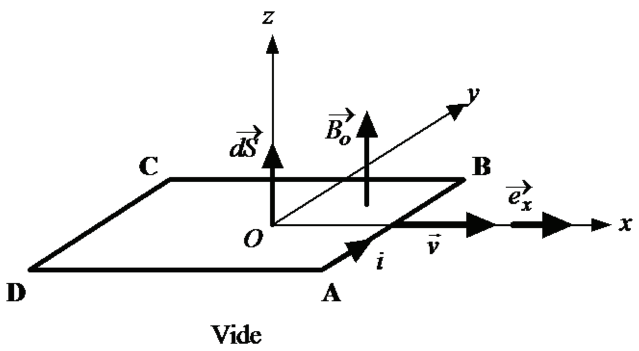


Figure **B.1**

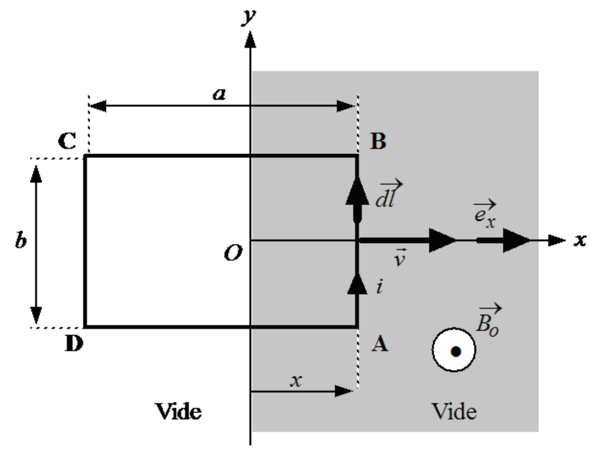
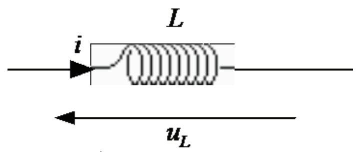


Figure **B.2**

Hypothèses de travail et rappels

- les forces de pesanteur sont négligées ;
- la vitesse $v(t)$ d'un mobile, sur l'axe Ox, est définie par l'équation $v(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$;
- le principe fondamental de la dynamique (PFD) est applicable au cadre de masse m :
  $m\,\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{F_{ext}}$, avec $\overrightarrow{F_{ext}}$ résultante des forces extérieures exercées sur le cadre ;
- la force électromotrice d'induction (f.é.m.) e est liée à la variation temporelle du flux magnétique par l'égalité : $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$;
- la tension aux bornes d'une bobine idéale d'inductance L s'écrit $u_L = L\,\dfrac{di}{dt}$:



- dS est un élément de surface du cadre ($\overrightarrow{dS} = dS\,\overrightarrow{e_z}$) ;

– un élément de circuit filiforme $\overrightarrow{dl}$ (figure **B.2)**, plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_o}$ et parcouru par un courant conventionnel algébrique i, orienté dans le même sens que $\overrightarrow{dl}$, est soumis à la force électromagnétique de Laplace $\overrightarrow{dF} = i\,(\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B_o})$.

I. Phénomène d'induction

I.1. Exprimer le flux $\Phi(x)$ du champ magnétique $\overrightarrow{B_o}$ à travers le cadre **ABCD** lorsque $0 \leq x \leq a$.

I.2. Quelle est l'expression de ce flux lorsque $x > a$? Même question quand $x < 0$?

I.3. Lorsque le flux Φ varie au cours du mouvement du cadre, un courant induit i prend naissance dans la boucle conductrice **ABCD** et simultanément, la force de Laplace s'oppose au déplacement. Dans le cas d'une vitesse $\vec{v} = v\,\vec{e}_x$ positive ($v > 0$) du cadre et pour $0 \leq x \leq a$:
- recopier sommairement le schéma de la figure **B.1** ;
- représenter, sur ce dessin, la résultante $\vec{F}$ des forces électromagnétiques de Laplace qui s'exercent sur la spire ;
- préciser le signe de i.

I.4. Donner l'expression vectorielle de cette résultante $\vec{F}$, en fonction des grandeurs b, B_o et i (valeur algébrique de l'intensité).

I.5. Le courant induit i est équivalent à celui que produirait un générateur de tension idéal (c'est-à-dire de résistance interne nulle), de force électromotrice induite e, f.é.m. algébrique de même signe que i et inséré dans le circuit (figure **B.3**).

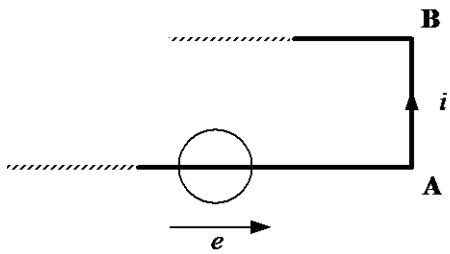


Figure **B.3**

I.5.a) Que vaut cette f.é.m. e si $x < 0$ (cadre situé en dehors de la zone de champ $\overrightarrow{B_o}$) ?

I.5.b) Que vaut cette f.é.m. e si $x > a$ (cadre totalement immergé dans le champ magnétique) ?

I.5.c) Pour une position de la spire définie par $0 \leq x \leq a$, au temps t, établir une relation entre la f.é.m. e et la vitesse algébrique v du cadre.

II. Mouvement du cadre si la spire est uniquement résistive (inductance L négligeable)

Contrairement à la résistance R, l'inductance L du conducteur est négligée. L'étude est menée pour $0 \leq x \leq a$.

II.1. Proposer, à l'aide d'un schéma, un modèle électrocinétique (circuit électrique) du cadre **ABCD** dans lequel apparaissent le générateur de tension idéal de f.é.m. e (induite), le résistor de résistance R et le courant i (induit).

II.2. Appliquer la loi des mailles à cette spire résistive et en déduire une relation entre le courant induit i et la vitesse algébrique v de ce conducteur.

II.3. Etude de la vitesse du cadre

II.3.a) Montrer que l'application du PFD permet d'établir, pour le mouvement du cadre, une équation différentielle de la forme : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$. Exprimer τ en fonction des grandeurs m, R, b et B_o.

II.3.b) En tenant compte des conditions initiales du mouvement, déterminer l'expression de la vitesse $v(t)$.

II.4. La position (ou abscisse) $x(t)$ du cadre s'écrit $x(t) = X_1\ [1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)]$ (expression qui n'est pas à démontrer). La grandeur X_1 est homogène à une longueur. A l'aide de la **Feuille Annexe N° 1** (à rendre avec la copie), tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions $x(t)$ et $v(t)$, dans les deux cas suivants :

II.4.a) $X_1 < a$ (figures **B.3** et **B.4**) ;

II.4.b) $X_1 > a$ (figures **B.5** et **B.6**).

II.5. Décrire, en quatre lignes maximum, le mouvement suivi par le cadre dans les deux cas suivants :

II.5.a) $X_1 < a$;

II.5.b) $X_1 > a$.

II.6. Sous quelle forme est dissipée l'énergie cinétique initiale $E_{c,o} = \frac{1}{2}\ \mathrm{m}\, v_o^2$ dans le cas où le cadre freiné s'immobilise définitivement ($v_{(t\to\infty)} = 0\ \mathrm{m\ s^{-1}}$) ?

III. Mouvement du cadre si la spire est uniquement inductive (résistance *R* négligeable)

L'inductance L du conducteur n'est plus négligée. En revanche, la résistance est maintenant considérée comme nulle : $R = 0\ \Omega$. L'étude est menée pour $0 \leq x \leq a$.

III.1. Dans quelle condition exceptionnelle un conducteur solide (métallique, par exemple) présente-t-il une résistance parfaitement nulle (réponse en deux lignes maximum) ?

III.2. Proposer, à l'aide d'un schéma, un modèle électrocinétique (circuit électrique) du cadre non résistif **ABCD** dans lequel apparaissent le générateur de tension idéal de f.é.m. e (induite), une bobine idéale d'inductance L (identique à celle supposée du cadre) et le courant i (induit).

III.3. Appliquer la loi des mailles à cette spire et en déduire une équation différentielle qui relie les dérivées temporelles $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{di}{dt}$.

III.4. Par intégration de l'équation différentielle précédente, établir une relation entre les grandeurs $i(t)$ et $x(t)$ en tenant compte des conditions initiales (rappel : à $t = 0$, $x = 0$ et $i = 0$).

III.5. Etude de la position x du cadre

III.5.a) Montrer que l'application du PFD au cadre permet d'établir une équation différentielle de la forme : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_o^2\, x = 0$. Exprimer ω_o en fonction des grandeurs m, L, b et B_o.

III.5.b) La position (ou abscisse) $x(t)$ du cadre s'écrit $x(t) = X_2 \sin(\omega_o\, t + \varphi)$ (expression qui n'est pas à démontrer). La grandeur X_2 est homogène à une longueur. En tenant compte des conditions initiales du mouvement, déterminer la valeur de l'angle φ et établir l'expression de la vitesse $v(t)$.

III.6. A l'aide de la **Feuille Annexe N° 2** figures **B.7** et **B.8** (à rendre avec la copie), tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions $x(t)$ et $v(t)$, dans le seul cas où $X_2 < a$.

IV. Mouvement du cadre si la spire est résistive et inductive

L'inductance L et la résistance R du conducteur ne sont plus négligées. L'étude est menée pour $0 \leq x \leq a$.

IV.1. Proposer, à l'aide d'un schéma, un modèle électrocinétique (circuit électrique) du cadre inductif et résistif **ABCD** dans lequel apparaissent le générateur de tension idéal de f.é.m. e (induite), une bobine idéale d'inductance L (identique à celle supposée du cadre), un résistor de résistance R (résistance du circuit) et le courant i (induit).

IV.2. Appliquer la loi des mailles à cette spire et en déduire une équation différentielle qui lie les grandeurs $v(t)$ et $i(t)$.

IV.3. Etude de la vitesse du cadre

IV.3.a) Montrer que l'application du PFD au cadre permet d'établir une équation différentielle de la forme : $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\,\lambda\, \frac{dv}{dt} + \omega_o^2\, v = 0$.
Exprimer λ, coefficient d'amortissement, en fonction de R et L.

IV.3.b) Si λ est élevé ($\lambda > \omega_o$), la position x de la barre **AB** reste dans l'intervalle $[0, a]$ et la vitesse s'écrit sous la forme :

$$v(t) = \left[C_1 \exp\left(-\sqrt{\lambda^2 - \omega_o^2} \times t\right) + C_2 \exp\left(+\sqrt{\lambda^2 - \omega_o^2} \times t\right)\right] \times \exp(-\lambda\, t)$$

expression dans laquelle C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration (formule qui n'est pas à démontrer).
Décrire, en trois lignes maximum, le mouvement suivi par le cadre.

IV.3.c) Si le coefficient λ est faible ($\lambda < \omega_o$) et en admettant que x reste dans l'intervalle $[0, a]$, la vitesse s'écrit, pour tout $t > 0$, sous la forme :

$v(t) = v_o \left[\cos\left(\sqrt{\omega_o^2 - \lambda^2} \times t\right)\right] \times \exp(-\lambda\, t)$ (formule qui n'est pas à démontrer).

A l'aide de la **Feuille Annexe N° 2** figure **B.9** (à rendre avec la copie), tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $v(t)$.

IV.3.d) Quelle devrait être la valeur (littérale) de λ pour que le cadre s'arrête le plus vite possible sans osciller ?

Fin de l'énoncé

IMPRIMERIE NATIONALE – 15 1383 – D'après documents fournis

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Académie : Session :

Examen ou Concours : **concours national DEUG** Série* : **DEUG**

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve : **Physique - Partie 2**

NOM :

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

N° du candidat

Né(e) le

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

Examen ou Concours : **concours national DEUG** Série* : **DEUG**

Spécialité/option :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve : **Physique - Partie 2**

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens.

Note : /20

Appréciation du correcteur :*

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

DGPH206

DOCUMENTS RÉPONSES

À rendre avec la copie

B

FEUILLE ANNEXE N° 1 (à rendre avec la copie)

Mouvement de la spire <u>résistive</u> (L = 0 H) : $x(t)$ et $v(t)$ pour <u>$X_1 < a$</u>

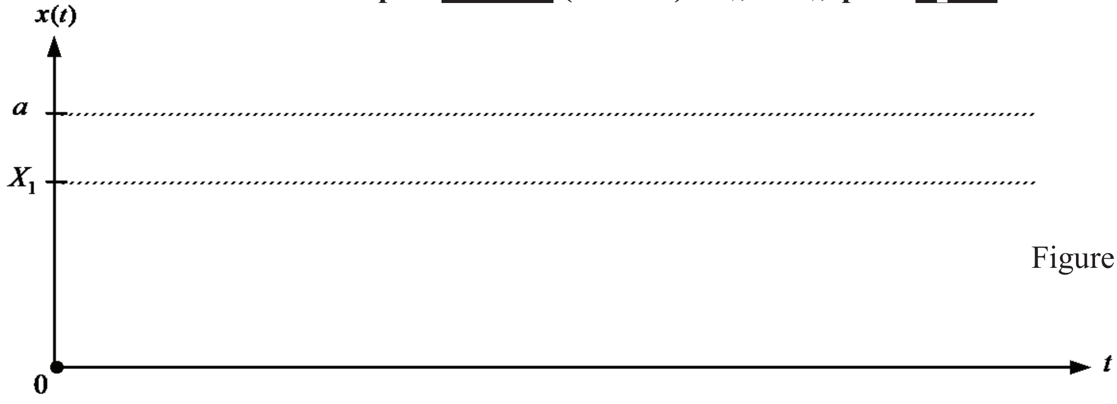


Figure **B.3**

Figure **B.4**

Mouvement de la spire <u>résistive</u> (L = 0 H) : $x(t)$ et $v(t)$ pour <u>$X_1 > a$</u>

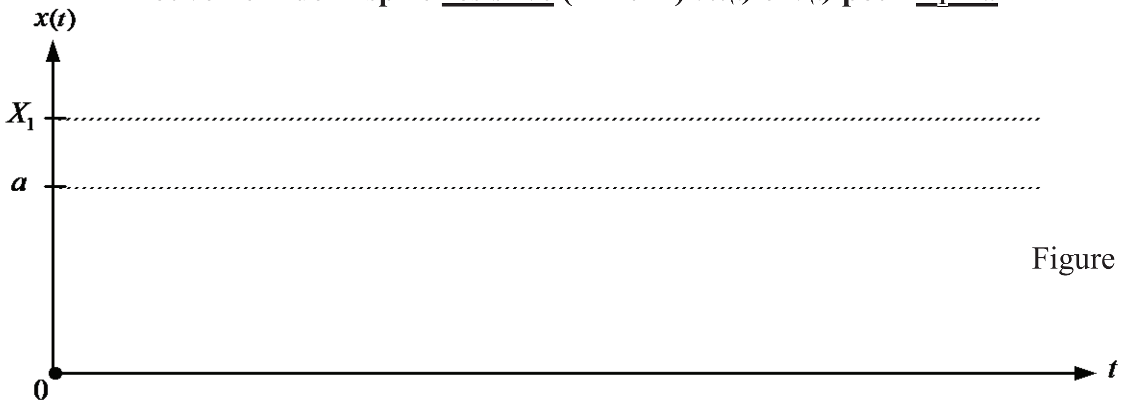


Figure **B.5**

Figure **B.6**

FEUILLE ANNEXE N° 2 (à rendre avec la copie)

Mouvement de la spire inductive ($R = 0\ \Omega$) : $x(t)$ et $v(t)$ pour $X_2 < a$

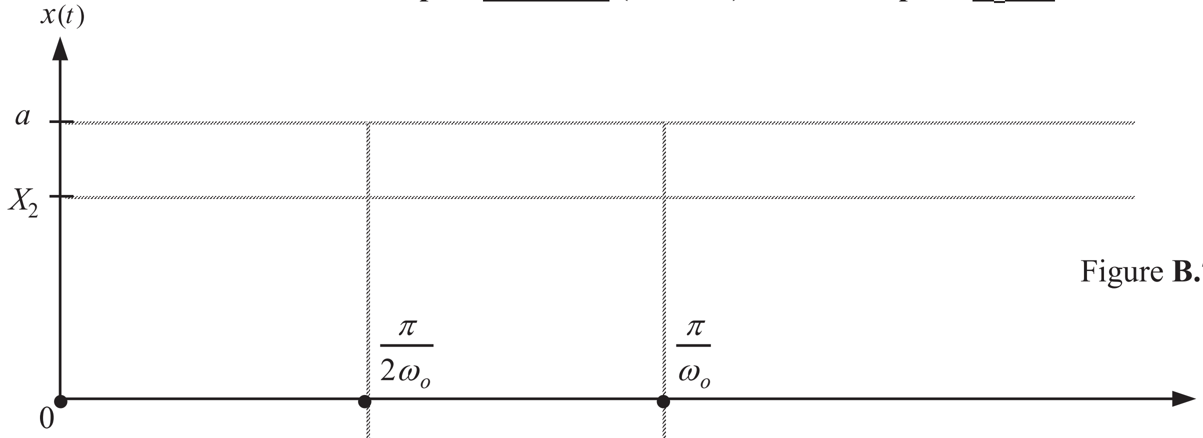


Figure **B.7**

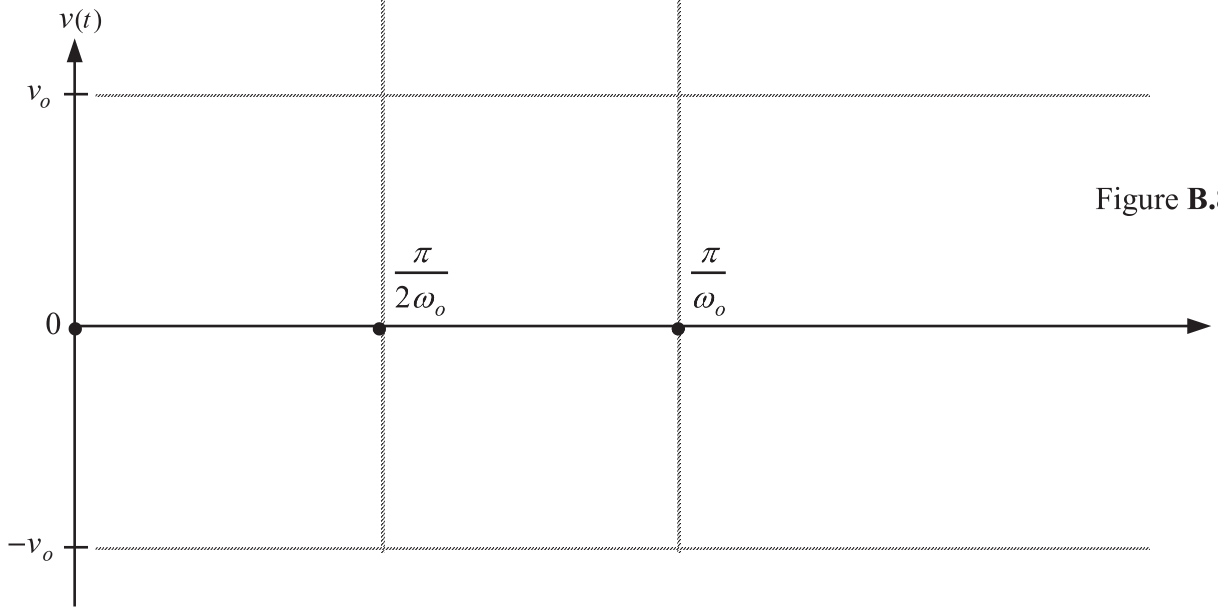


Figure **B.8**

Mouvement de la spire inductive et résistive, cas $\lambda < \omega_o$: $v(t)$

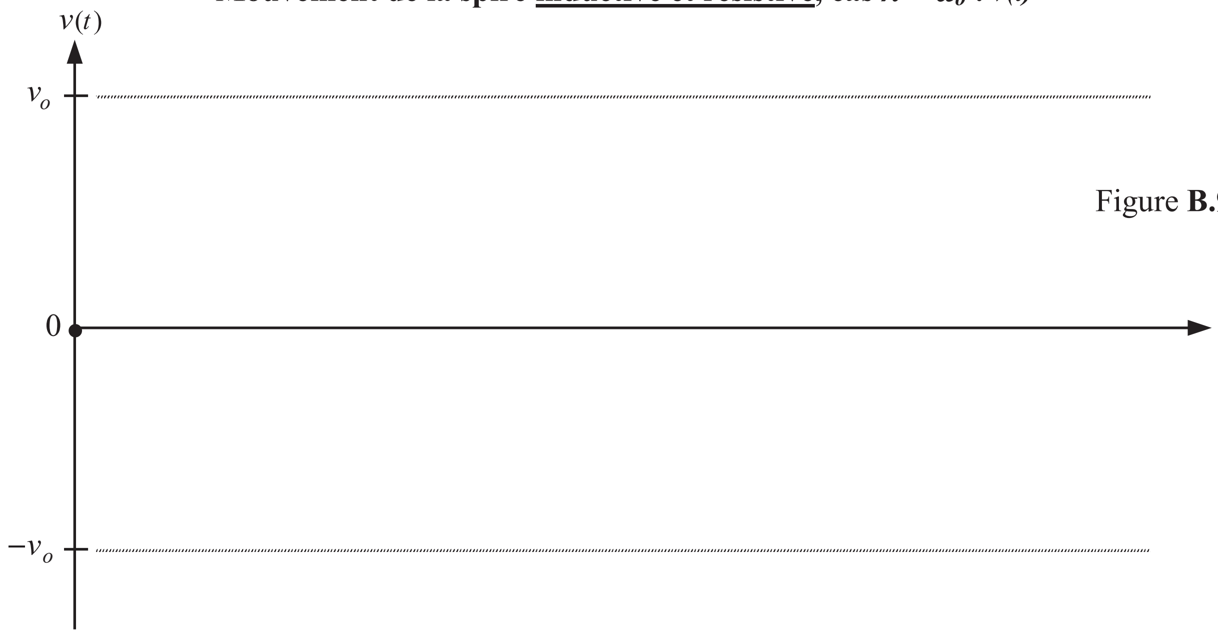


Figure **B.9**