

CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune aux 3 options (Mathématiques, Physique, Chimie)

PHYSIQUE - PARTIE I

Durée : 2 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées
--

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

Les parties A, B et C sont totalement indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Partie A - Air humide

L'air sec, de masse molaire moyenne \overline{M}_a , est constitué de diazote $N_2(g)$, de masse molaire $M_{(N_2)}$ et de dioxygène $O_2(g)$, de masse molaire $M_{(O_2)}$ (pour simplifier, la présence d'autres gaz rares est négligée).

L'air humide, noté **AH**, est un mélange de vapeur d'eau $H_2O(g)$, de pression partielle p_e et d'air sec, de pression partielle p_a .

L'air est saturé en humidité lorsque la pression partielle p_e de la vapeur d'eau devient égale à sa pression de vapeur saturante $P_e^*(T)$ à la température T considérée.

L'air humide non saturé, pour lequel $p_e < P_e^*(T)$, peut être décrit par les principaux paramètres suivants :

- le degré hygrométrique φ défini par le rapport $\varphi = \frac{p_e}{P_e^*(T)}$, rapport qui varie entre 0 et 1,
- l'humidité relative ε (en %) telle que $\varepsilon = 100 \times \varphi$.

Données et hypothèses de travail

- La vapeur d'eau, ainsi que les gaz considérés dans cet exercice, se comportent comme des gaz parfaits de constante $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- Masses molaires : $\overline{M}_a = 2,89 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$;
 $M_{(N_2)} = 2,80 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$; $M_{(O_2)} = 3,20 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$; $M_{(H_2O)} = 1,80 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$.
- Coefficient thermique massique, à pression constante, de l'eau à l'état vapeur :
 $c_p = 1,50 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (constant).
- Pression de vapeur saturante $P_e^*(T)$ du corps pur eau à différentes températures :

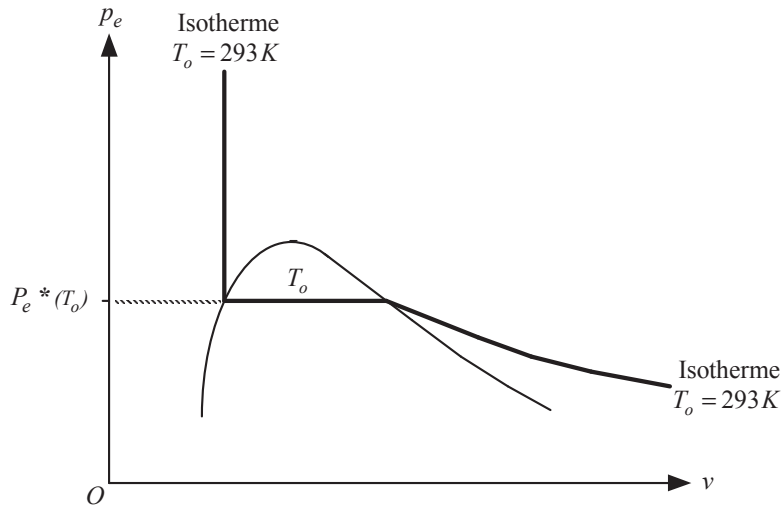
T (K)	277	278	279	280	281	282	283	284	285
$P_e^*(T)$ (Pa)	813	872	935	1 000	1 070	1 150	1 230	1 310	1 400

T (K)	286	287	288	289	290	291	292	293	294
$P_e^*(T)$ (Pa)	1 500	1 600	1 700	1 820	1 940	2 060	2 200	2 340	2 490

- Enthalpie massique $\Delta_{vap}h(T)$ de vaporisation de l'eau à différentes températures :

T (K)	278	283	293
$\Delta_{vap}h(T)$ (J kg ⁻¹)	$2,49 \times 10^6$	$2,47 \times 10^6$	$2,45 \times 10^6$

– Diagramme $p_e = f(v)$ du corps pur eau (avec v volume massique du corps pur) :



I. Généralités

- I.1. Déterminer la composition de l'air sec (sans vapeur d'eau) en calculant, numériquement, la fraction molaire $x_{(O_2)}$ en dioxygène $O_2(g)$.
- I.2. Rappeler la relation qui existe, dans l'air humide, entre la pression totale P_{tot} et les pressions partielles p_e et p_a .
- I.3. Décrire le phénomène observé (en trois lignes maximum) lorsque de la vapeur d'eau $H_2O(g)$ pure est ajoutée, à T et V constants, à un air saturé en humidité.

II. Apparition de buée sur les vitres

Une salle de classe, de volume constant $V_o = 200 \text{ m}^3$, est remplie d'un air humide. Il est admis que, dans ce local, la masse totale d'eau $m_{e,tot}$ (eau vapeur et éventuellement liquide s'il s'y produit une liquéfaction) reste invariable. La température est maintenue uniforme et constante ($T_o = 293 \text{ K}$) à l'intérieur de toute la salle, sauf aux environs immédiats des surfaces vitrées intérieures des fenêtres où elle est égale à T_v . L'espace, où règne une température intermédiaire entre les valeurs T_o et T_v , est de volume négligeable.

Les pressions partielles p_e et p_a sont uniformes et constantes dans tout le local, y compris au niveau des fenêtres. La pression totale, constante, vaut $P_{tot} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$.

La température T_v diminue par refroidissement de l'atmosphère extérieure : de la buée (micro-gouttelettes, résultat de la liquéfaction de la vapeur d'eau sur une surface froide) commence à apparaître sur les vitres, à l'intérieur de la pièce, lorsque la température T_v atteint la valeur $T_{v,1} = 283 \text{ K}$.

L'étude est envisagée à l'instant où la buée commence à apparaître sur les vitres : état (1). On considère alors que la masse d'eau liquide dans la salle (donc le long des vitres) est encore négligeable : $m_{e,liq} \ll m_{e,tot}$.

- II.1.** Donner la valeur numérique de la pression partielle de l'eau $p_{e,1}$ dans **AH** à l'état **(1)**.
- II.2.** Après avoir recopié sommairement la figure **A.1** (page 3), qui représente le diagramme de Clapeyron $p_e = f(v)$ de l'eau (avec v volume massique de l'eau), vous la complétez de façon à caractériser l'état **(1)** :
- II.2.a)** en traçant la courbe de l'isotherme $T_{v,1}$;
- II.2.b)** en plaçant le point B représentatif du corps pur eau, constituant de l'**AH** dans la salle de classe ;
- II.2.c)** en plaçant le point C représentatif du corps pur eau sur la surface des vitres.
- II.3.** Calculer, toujours pour l'état **(1)**, les paramètres de l'atmosphère **AH** suivants :
- II.3.a)** l'humidité relative ε_1 ;
- II.3.b)** la fraction molaire $x_{e,1}$ de l'eau dans la vapeur d'eau ;
- II.3.c)** la masse volumique $\rho_{AH,1}$.
- II.4.** Calculer la masse $m_{e,tot}$.

III. Evolution du système

A partir de l'état **(1)** précédent (**II**, page 3), un second refroidissement de l'atmosphère extérieure au local entraîne une diminution de la température des surfaces intérieures vitrées : T_v atteint la nouvelle valeur $T_{v,2} = 278$ K. Il est admis que, dans la pièce, la pression P_{tot} et la température T_o demeurent inchangées.

- III.1.** Comment va évoluer la composition du système **AH**, après l'apparition des premières traces de buée ?
- III.2.** Quelle est, après un temps infini qui correspond à l'état **(2)**, la pression partielle finale $p_{e,2}$ de vapeur d'eau dans la salle de classe ?
- III.3.** Entre les états **(1)** et **(2)**, calculer :
- III.3.a)** la masse m d'eau qui se liquéfie ;
- III.3.b)** la variation d'enthalpie $\Delta H_{1,2}$ de cette masse m .

Partie B - Etude d'un filtre actif

Le quadripôle **ABA'B'** (figure **B.1**, page 5) est alimenté par une tension alternative sinusoïdale de pulsation ω . Soient $u_e(t) = U_{e,m} \cos \omega t$ la tension d'entrée et $u_s(t) = U_{s,m} \cos (\omega t + \varphi)$ la tension de sortie.

Le montage comprend quatre résistors de résistances respectives R , R_1 , R_2 et R_c (R_c est la résistance de charge) et un condensateur idéal de capacité C . L'amplificateur opérationnel (AO) est idéal, en fonctionnement linéaire.

A noter : dans l'énoncé, les grandeurs complexes sont soulignées et on rappelle que $j^2 = -1$.

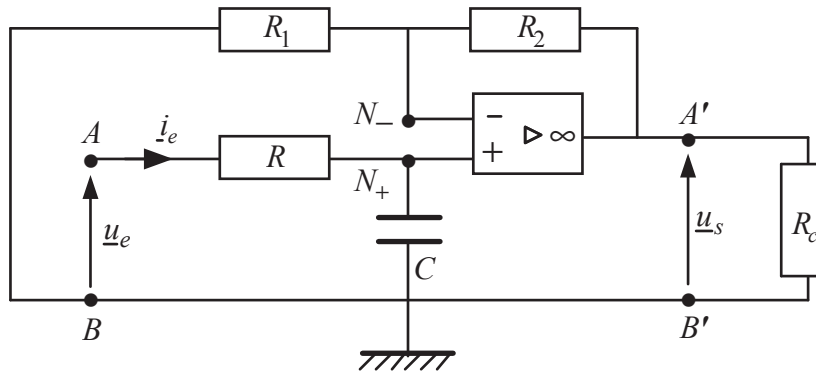


Figure B.1

- I. Il s'agit, tout d'abord, d'étudier le comportement aux limites (ou comportement asymptotique) du quadripôle, c'est-à-dire aux basses fréquences et hautes fréquences.
 - I.1. Quelle conséquence observe-t-on si $\omega \rightarrow 0 \text{ rad s}^{-1}$? Exprimer \underline{u}_s en fonction de \underline{u}_e .
 - I.2. Quelle conséquence observe-t-on si $\omega \rightarrow +\infty$. Quelle est alors la valeur de \underline{u}_s ?
 - I.3. En déduire la nature du filtre.

- II. L'impédance complexe d'entrée est définie par l'égalité $\underline{u}_e = \underline{Z}_e \times \underline{i}_e$. Déterminer l'expression complexe de cette impédance d'entrée \underline{Z}_e .

- III. Etude de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$.
 - III.1 Etablir la fonction de transfert complexe (ou transmittance) $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ de ce quadripôle.
 - III.2 Donner l'expression du gain $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$.
 - III.3 En déduire l'expression du gain maximal G_{max} .
 - III.4 Quelle est la pulsation de coupure ω_c à -3 dB ? Préciser la bande passante de ce filtre.
 - III.5 Est-on en présence d'un filtre du premier ordre ou d'un filtre du second ordre ?
 - III.6 Que devient la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ aux hautes fréquences ? Si $\omega \rightarrow +\infty$, le filtre est-il dérivateur ou intégrateur du signal d'entrée ?

- IV. Etablir l'expression du déphasage $\varphi(\omega)$.

- V. Tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions $G(\omega)$ et $\varphi(\omega)$. Préciser, sur chacune de ces courbes, les coordonnées des points qui correspondent aux limites $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow +\infty$.

- VI. *Application numérique* : $R = 1,0 \text{ k}\Omega$; $R_c = 2,0 \text{ k}\Omega$;
 $\omega = \omega_c = 5,0 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}$; $G_{max} = 2,0$; $U_{e,m} = 1,0 \text{ V}$.
 - VI.1 Calculer la capacité C .
 - VI.2 Proposer des valeurs possibles pour les résistances R_1 et R_2 .
 - VI.3 Evaluer l'intensité efficace I_c du courant qui circule dans le résistor de charge, de résistance R_c .

Partie C - Cavité resonante

L'espace est rapport , en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Tout point $M(x,y,z)$ est donc caractérisé par le vecteur $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$.

A noter : dans l'énoncé, les grandeurs complexes (scalaires ou vectorielles) sont soulignées et on rappelle que $j^2 = -1$.

Dans le vide, une onde électromagnétique, plane, progressive, monochromatique, polarisée rectilignement (OPPMR) et harmonique de pulsation ω , se propage à la vitesse c dans le demi-espace défini par $z < 0$. Cette onde, notée (\mathbf{O}) , caractérisée par le vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{e}_z$ (avec k constante positive) se dirige, sous incidence normale, vers un miroir métallique parfait de surface infinie, notée (\mathbf{P}) et d'équation $z = 0$ (plan xOy). Son champ électrique s'écrit, en notation complexe, $\underline{\vec{E}}(M, t) = \vec{E}_o e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ (avec $\vec{E}_o = E_o \vec{e}_x$) (figure C.1 ci-dessous).

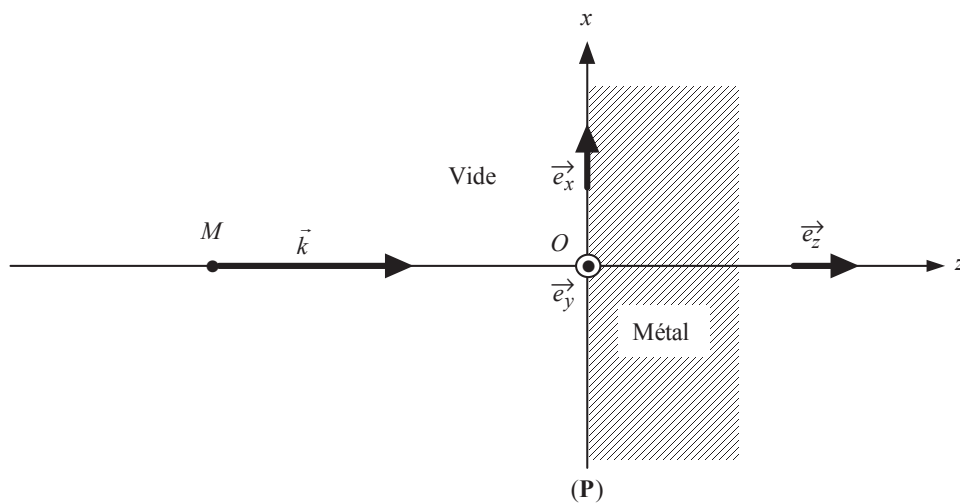


Figure C.1

Cette onde incidente se réfléchit sur le miroir (\mathbf{P}) en donnant naissance à une onde plane r fl ch e, progressive, notée (\mathbf{O}') , harmonique de même pulsation ω , de vecteur d'onde \vec{k}' et de vecteur champ électrique $\underline{\vec{E}}'(M, t) = \vec{E}'_o e^{j(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r})}$.

Rappels

- la relation caractéristique des OPPMR, déduite des équations de Maxwell, se traduit par le produit vectoriel : $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$;
- les conditions de continuité des champs électromagnétiques, au niveau de la surface de séparation entre le vide et un milieu parfaitement conducteur, s'écrivent :
 $\forall t, \vec{E}_T = \vec{0}$ (composante tangentielle du champ électrique) et $\vec{B}_N = \vec{0}$ (composante normale du champ magnétique) ;
- $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$.

I. L'onde incidente (O)

- I.1. Rappeler, sans démonstration, la relation, pour l'onde incidente, entre la norme k du vecteur d'onde \vec{k} et les grandeurs ω et c (relation dite de dispersion).
- I.2. Exprimer la longueur d'onde λ_o de (O) en fonction de k .
- I.3. Déterminer l'expression complexe du vecteur champ magnétique $\overline{B(M,t)}$ de (O).

II. Réflexion, sous incidence normale, sur la surface métallique parfaitement conductrice

- II.1. La réflexion de l'onde (O), sur le plan (P) d'équation $z = 0$, se produit conformément aux lois de Descartes. Exprimer, en fonction de k , les composantes k'_x , k'_y et k'_z du vecteur d'onde \vec{k}' de l'onde réfléchie (O').
- II.2. En $z = 0$, les conditions de continuité des champs électromagnétiques entraînent, entre autres, la relation $\overline{E'_o} = -\overline{E_o}$ entre les amplitudes (relation qui n'est pas à démontrer).
En déduire :
- II.2.a) l'expression complexe du champ électrique $\overline{E'(M,t)}$ de l'onde réfléchie.
- II.2.b) l'expression complexe du vecteur champ magnétique $\overline{B'(M,t)}$ associé.

III. Superposition des deux ondes incidente et réfléchie

Dans l'espace défini par $z \leq 0$, les deux ondes incidente (O) et réfléchie (O') se superposent.

- III.1. Déterminer l'expression complexe du champ électrique $\overline{E_{tot}(M,t)}$ résultant.
- III.2. Déterminer l'expression complexe du champ magnétique $\overline{B_{tot}(M,t)}$ résultant.

IV. Cavité résonante

Les champs électromagnétiques de l'onde résultante (ou totale), notée (O_{tot}), s'écrivent, en notation réelle dans le repère (Ox, Oy, Oz) (expressions qui ne sont pas à démontrer) :

$$\overline{E_{tot}(M,t)} = 2 E_o \sin(kz) \sin(\omega t) \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \overline{B_{tot}(M,t)} = 2 (k E_o / \omega) \cos(kz) \cos(\omega t) \vec{e}_y .$$

Un second plan métallique, noté (P'), de surface infinie, parfaitement conducteur, d'équation $z = -a$ (avec a constante positive) est installé parallèlement au premier plan conducteur (P) (figure C.2, page 8).

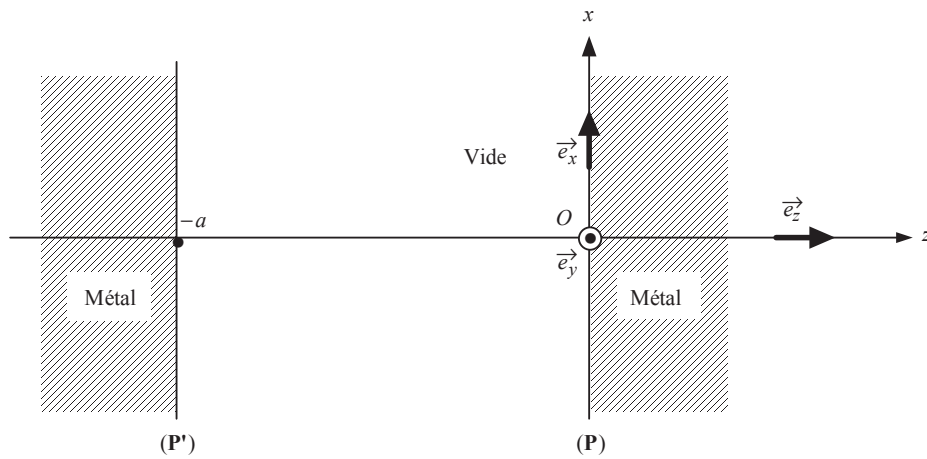


Figure C.2

- IV.1.** L'onde résultante (\mathbf{O}_{tot}) est-elle progressive ? Justifier la réponse.
- IV.2.** Montrer que les valeurs de $a = + \frac{n\pi}{k}$, avec n entier positif, satisfont, en $z = -a$, aux conditions de continuité des champs électromagnétiques.
- IV.3.** Compte tenu de ces conditions aux limites, ne peuvent exister dans la cavité que certains modes vibratoires monochromatiques, ou modes propres, liés à l'entier positif n (ou modes n). A chacun de ces modes propres correspond une fréquence propre f_n et donc une longueur d'onde λ_n bien déterminée.
- IV.3.a)** Tracer, sur un schéma, l'allure à un instant donné du champ électrique $\overline{E_{tot}}(M, t)$ pour les trois plus basses fréquences f_n .
- IV.3.b)** Combien de « nœuds » et de « ventres » le mode n présente-t-il ?
- IV.4.** Que se passe-t-il si $a \neq + \frac{n\pi}{k}$?
- IV.5.** Proposer un exemple de cavité résonante électromagnétique utilisée dans la vie de tous les jours.

Fin de l'énoncé