CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune à 2 options (Mathématiques et Physique)

MECANIQUE - PARTIE II

Durée : 2 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont interdites

Exercice 1

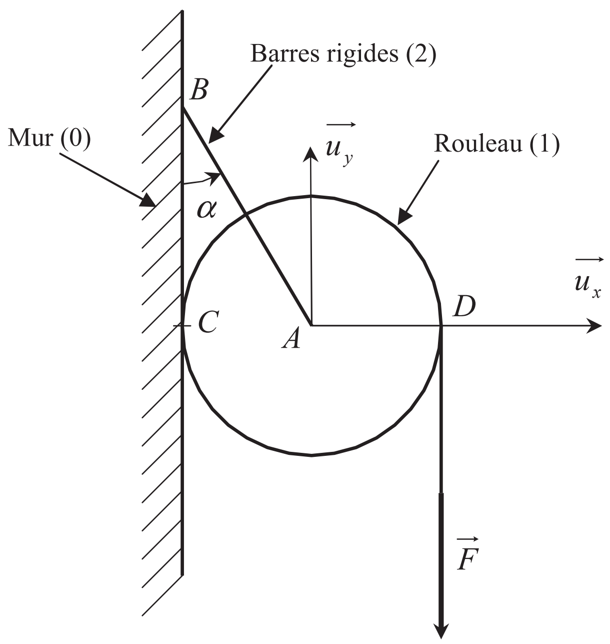

Figure 1

Le référentiel $\Re$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(A, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.

Un rouleau de papier (1), de rayon R et de masse m, peut tourner sans frottement autour de son axe Az et on note J_{Az} son moment d'inertie autour de cet axe Az.

Il est suspendu par son axe à l'aide de deux barres rigides (2) de longueur ℓ fixées en leur autre extrémité au mur (0).

Le rouleau (1) est en contact permanent au point C de sa périphérie avec le mur (0).

On tire sur le papier avec une force $\vec{F}$ constante dirigée suivant $-\overrightarrow{u_y}$ (figure 1).

On note μ le coefficient de frottement au point C entre le rouleau (1) et le mur (0), $\vec{g} = -g\overrightarrow{u_y}$ l'accélération de la pesanteur et $\vec{\omega} = \omega\overrightarrow{u_z}$ la vitesse de rotation du rouleau (1) autour de l'axe Az.

1.1 Réaliser dans le référentiel $\Re$ le bilan des efforts extérieurs s'exerçant sur le rouleau de papier (1). Tous les vecteurs seront exprimés dans la base $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.

1.2 Appliquer le théorème de la résultante dynamique au rouleau (1).

1.3 En déduire l'action $\overrightarrow{A_{2/1}}$ des barres (2) sur le rouleau (1) en fonction de m, g, F, α et μ.

1.4 En déduire la composante sur $\overrightarrow{u_x}$ de l'action $\overrightarrow{C_{0/1}}$ du mur (0) sur le rouleau (1) en fonction de m, g, F, α et μ.

1.5 Déterminer l'expression du moment au point A de chacune des forces extérieures s'exerçant sur le rouleau (1).

1.6 Appliquer le théorème du moment dynamique au rouleau (1) au point A.

1.7 En déduire l'expression de la norme de l'accélération angulaire $\dot{\omega}$ en fonction de m, g, F, α, R, J_{Az} et μ.

Exercice 2

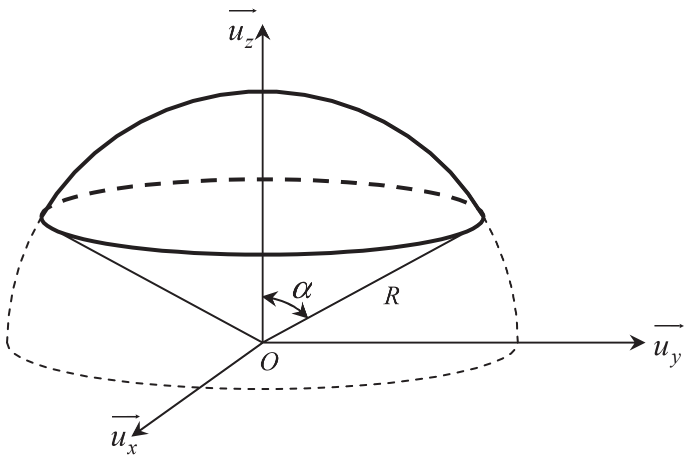

Figure 2

Le référentiel $\Re$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.

On considère un objet de masse volumique constante ρ ayant la forme d'une portion de sphère pleine de rayon R, dont le demi-angle d'ouverture vaut $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ (figure 2).

2.1 Déterminer la masse M de cet objet en fonction de ρ et R.

2.2 Déterminer la position du centre de masse G de cet objet en fonction de R.

2.3 Déterminer le moment d'inertie J_{Oz} de l'objet autour de l'axe $O\vec{z}$ en fonction de ρ et R, puis en fonction de M et R.

<u>Remarque</u> : l'intégrale $\int \sin^3\theta \mathrm{d}\theta$ peut être calculée en sachant que $\sin^3\theta = \sin\theta - \sin\theta\cos^2\theta$.

Exercice 3

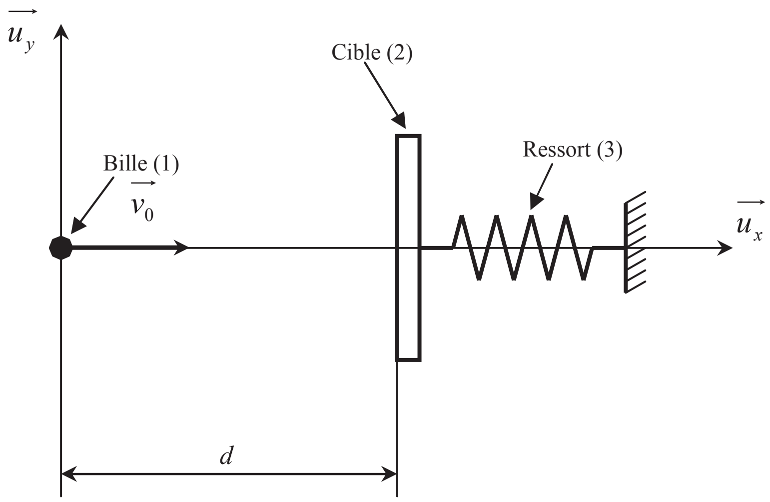

Figure 3

Dans un exercice d'entraînement au tir à l'aide d'un fusil, une bille (1) en caoutchouc, de masse m_1, est envoyée à l'aide d'un fusil. A la sortie du canon du fusil, pris en $x = 0$ et à l'instant $t = 0$, la bille possède une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$ (figure 3). On néglige l'action de la pesanteur. La bille n'est soumise qu'à une seule force : la force de frottement visqueux $\vec{F} = -\eta\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de la bille (1) à l'instant t.

Le référentiel terrestre $\Re$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_y},\overrightarrow{u_z})$ où $\overrightarrow{u_z}$ est la verticale ascendante.

3.1 En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la bille (1), déterminer l'équation temporelle $v(t)$ de la bille (1) en fonction de v_0, m_1 et η.

3.2 En déduire l'équation horaire $x(t)$ de la bille (1) en fonction de v_0, m_1 et η.

3.3 Montrer que la bille (1) ne pourra jamais dépasser une distance maximale notée $x_{\max}$ en fonction de v_0, m_1 et η.

On place désormais une cible (2) à une distance d inférieure à $x_{\max}$. La cible (2), de masse m_2, est montée sur un ressort (3) de raideur k et de longueur au repos ℓ_0. Elle n'est soumise à aucune force de frottement. On suppose le choc parfaitement élastique.

3.4 Déterminer la norme v_1 de la vitesse $\overrightarrow{v_1}$ de la bille (1) juste avant l'impact avec la cible (2) en fonction de v_0, m_1, η et d.

3.5 Déterminer la norme v_2 de la vitesse $\overrightarrow{v_2}$ de la cible (2) juste après l'impact avec la bille (1) en fonction de m_1, m_2 et v_1.

3.6 Déduire des théorèmes de la résultante cinétique et de l'énergie mécanique les expressions de la pulsation ω et de l'amplitude A des oscillations de la cible (2) en fonction de k, m_2 et v_2.

Fin de l'énoncé

IMPRIMERIE NATIONALE – 15 1387 – D'après documents fournis