CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune à 2 options (Mathématiques et Physique)

MECANIQUE - PARTIE II

Durée : 2 heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont interdites

Exercice 1

Le référentiel $\Re$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.
On considère le système S, composé de deux points matériels A et B, de même masse m. Ces deux points sont reliés par un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Ils reposent sur l'axe $O\vec{x}$ horizontal et sont au repos (figure 1).

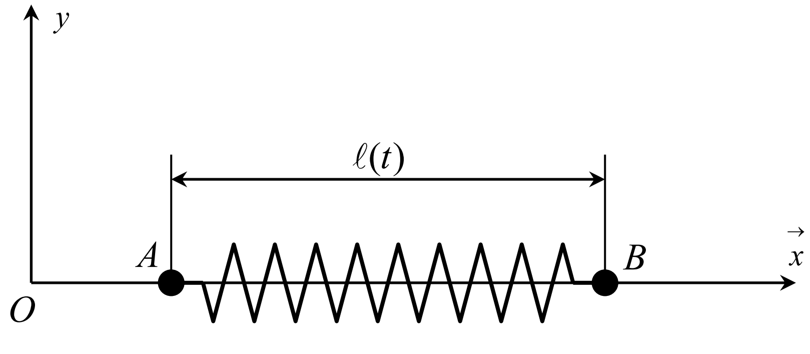

Figure 1

A l'instant $t=0$, un choc communique au point A une vitesse horizontale $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{x}$. Les deux points matériels peuvent glisser sans frottement sur l'axe $O\vec{x}$.
On note $\ell(t)$ la longueur du ressort à l'instant t.

1.1 Déterminer la vitesse $\vec{v}_G$ du centre de masse G du système S en fonction de $\vec{v}_0$.

1.2 Le référentiel barycentrique $\mathfrak{R}^*$ ($\mathfrak{R}^*$ associé à $\mathfrak{R}$) est-il galiléen ? Justifier votre réponse.

On définit maintenant le mobile réduit comme étant le point matériel M, tel que $\vec{GM} = \vec{AB}$ et de masse μ.

1.3 Exprimer la masse réduite μ en fonction de m.

1.4 Déduire de la projection sur $O\vec{x}$ du théorème de la résultante dynamique, appliqué au mobile réduit dans le référentiel barycentrique $\mathfrak{R}^*$, l'équation différentielle du mouvement vérifiée par $\ell(t)$.

1.5 Exprimer $\ell(t)$ en fonction de ℓ_0, k, v_0 et μ.

Exercice 2

Lorsqu'un véhicule aborde un ralentisseur, il doit adapter sa vitesse afin d'augmenter le confort des passagers. Le but de cette étude est de valider la vitesse de franchissement du ralentisseur.
Pour cela, on s'intéresse uniquement à l'une des roues avant du véhicule schématisée par un disque (1) de centre C, de rayon r et de masse m.
Le ralentisseur est modélisé par une succession de deux plans. Le premier plan, confondu avec le plan (xOz) du repère orthonormé direct $\mathfrak{R}(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est horizontal. Il est suivi au point O par un second plan incliné vers la verticale descendante d'un angle α par rapport à l'horizontale. Le disque (1) roule sans glisser sur le plan horizontal à la vitesse $\vec{v}_0$ (figure 2).

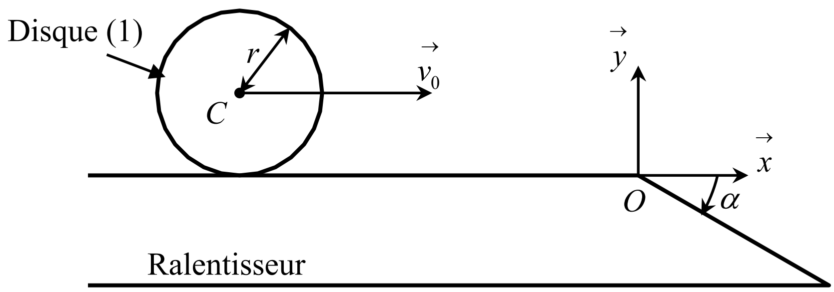

Figure 2

Afin d'améliorer le confort des passagers, la roue doit basculer autour du point O sans jamais annuler le contact entre la roue et le ralentisseur (figure 3).
On s'intéresse tout particulièrement à cette phase de basculement.

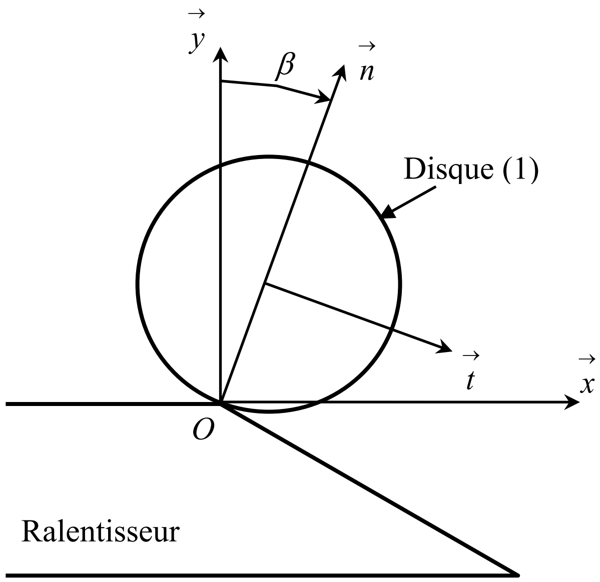

Figure 3

On note $\vec{g} = -g\,\vec{y}$ l'accélération de la pesanteur.

2.1 Réaliser le bilan des forces extérieures appliquées au disque (1) lors du basculement.

2.2 Déterminer le moment d'inertie I du disque (1) par rapport à l'axe $C\vec{z}$ en fonction de m et r.

2.3 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au disque (1) entre les positions de la figure 2 et de la figure 3, exprimer la norme v_1 de la vitesse du centre C lors du basculement en fonction de v_0, g, r et β.

2.4 Déterminer la composante a_n sur l'axe $\vec{n}$, de l'accélération du centre C lors du basculement en fonction de v_1 et r.

2.5 En appliquant le théorème de la résultante dynamique en projection sur l'axe $\vec{n}$, déterminer la valeur de v_0 provoquant le décollement du disque au point O en fonction de g, r et β.

2.6 A quelle condition entre α et β, ce décollement n'a-t-il pas lieu ?

2.7 En déduire la valeur maximale $v_{\max}$ de la norme v_0 de la vitesse du centre C assurant le contact du disque (1) au point O en fonction de g, r et α.

2.8 Pour quelle valeur de α le décollement se fera inévitablement quelle que soit la vitesse $\vec{v}_0$?

Exercice 3

On considère un barrage en forme de pentaèdre à base rectangulaire, de longueur L (figure 4).
Sa section est formée par un triangle isocèle, de hauteur h et de demi-angle au sommet α. Il est posé sur le sol horizontal et permet de retenir l'eau d'un lac (figure 5).

Le référentiel terrestre $\Re$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$, tel que l'axe $O\vec{u}_z$ soit vertical ascendant.

On note $\vec{R} = N\vec{u}_z + T\vec{u}_y$, la résultante des forces de contact exercées par le sol sur le barrage.

L'eau est supposée incompressible et de masse volumique ρ_e. La masse volumique du barrage est notée ρ_b.

On note $\vec{g} = -g\vec{u}_z$, l'accélération de la pesanteur et on note p_{atm} la pression atmosphérique supposée constante.
On néglige l'action de l'air sur la face émergée du barrage et on suppose que la hauteur d'eau dans le barrage est h. On considère que l'eau est en contact avec le barrage du coté des valeurs positives de y.
La longueur L du barrage est suffisamment grande pour que l'on puisse négliger les forces de liaison intervenant à ses extrémités.
On note z, l'altitude d'un élément rectangulaire de paroi de longueur L et de largeur dl.

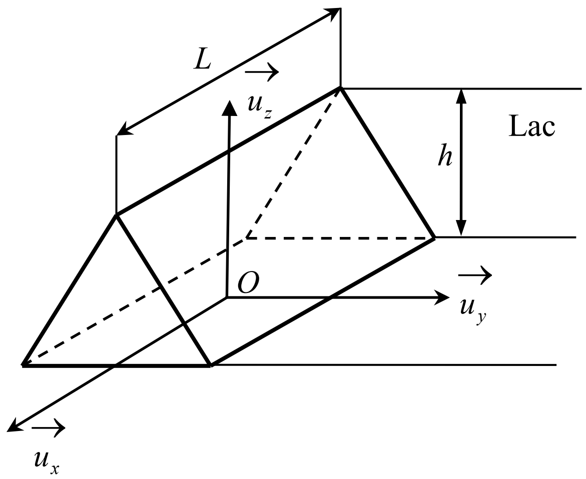

Figure 4

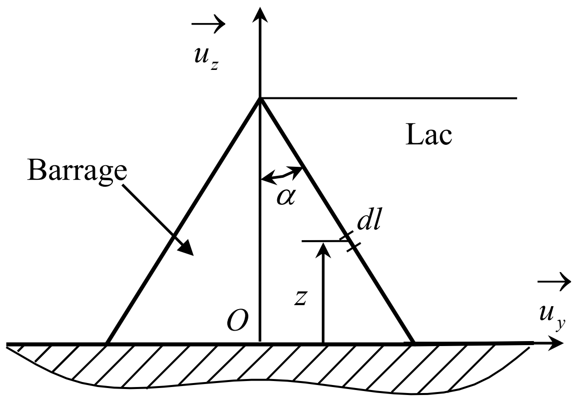

Figure 5

3.1 Déterminer l'action de la pesanteur $\vec{P}$ exercée sur le barrage en fonction de ρ_b, L, h, α et g.

3.2 Exprimer la pression $p(z)$ dans l'eau en fonction de l'altitude z et de p_{atm}, ρ_e, g et h.

3.3 En déduire la résultante des forces de pression exercées par l'eau sur le barrage en fonction de p_{atm}, ρ_e, g, L, h et α.

3.4 En appliquant le théorème de la résultante statique au barrage, déterminer le coefficient de frottement minimal $f_{\min}$ entre le barrage et le sol qui assure l'équilibre du barrage.

Fin de l'énoncé

IMPRIMERIE NATIONALE – 14 1400 – D'après documents fournis