CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune à 2 options (Mathématiques et Physique)

PHYSIQUE - PARTIE II

Durée : 2 heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Les parties **A**, **B** et **C** sont totalement indépendantes

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$). Tous les dispositifs étudiés sont envisagés dans le vide (indice absolu $n_o = 1$).

Les lentilles sphériques minces, considérées dans ce problème et notées ($\mathbf{L_i}$), sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille ($\mathbf{L_i}$) est caractérisée par son centre optique O_i et par sa distance focale image f_i'. Les foyers objet et image sont notés respectivement F_i et F_i'.

Partie A

Diffraction à l'infini par une fente rectangulaire

Un écran plan et opaque (**E**), dans lequel est ménagée une ouverture (**S**), pupille parfaitement transparente, est installé dans le plan xOy, entre deux lentilles minces convergentes ($\mathbf{L_1}$) et ($\mathbf{L_2}$), de même axe optique $z'z$. Une source ponctuelle monochromatique A_o, de longueur d'onde λ_o, est placée au foyer objet F_1 de ($\mathbf{L_1}$).
Après passage à travers ($\mathbf{L_1}$), le faisceau lumineux émis par A_o tombe sur le diaphragme (**S**) : la lumière transmise traverse ensuite la seconde lentille ($\mathbf{L_2}$) pour être finalement interceptée par un second écran plan opaque (**E'**), parallèle à (**E**), placé dans le plan focal image de ($\mathbf{L_2}$) et situé dans le plan $x'O'y'$. Les origines O et O' appartiennent à l'axe optique et les axes Ox et Ox' sont parallèles (figure « en perspective » **A.1**).

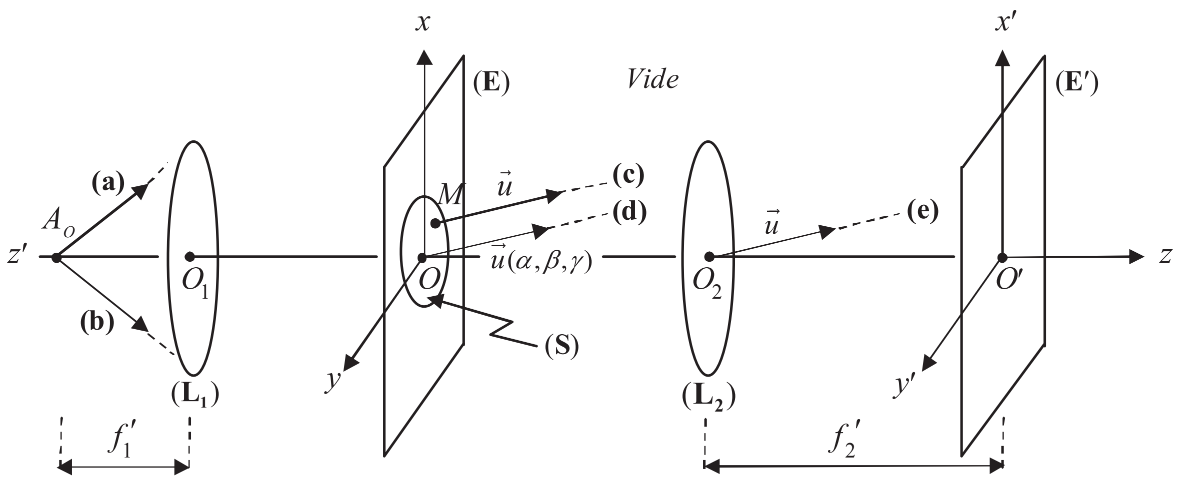

Figure **A.1**

L'observation de la lumière diffractée s'effectue sur l'écran (**E'**). Compte-tenu du montage proposé (figure **A.1**), l'interprétation de la diffraction s'appuie sur les outils de calcul suivants :

- seuls les points de la pupille (**S**) diffractent la lumière ;
- la phase du rayon **(d)** diffracté en O, dans la direction définie par le vecteur unitaire $\vec{u}$, de composantes (α,β,γ), est choisie pour origine des phases ;
- la phase du rayon **(c)** diffracté en $M(x,y,0)$, toujours dans la direction de vecteur $\vec{u}(\alpha,\beta,\gamma)$, est définie par :

$$\varphi(M) = 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_o}, \text{ avec } \delta(M) = -\,\overrightarrow{u}\,.\overrightarrow{OM}$$

– l'amplitude complexe $\underline{d\psi}$ de l'onde diffractée, suivant le même vecteur $\vec{u}\,(\alpha,\beta,\gamma)$, par la surface élémentaire $dS = dx\,dy$ centrée au point M, s'écrit :

$$\underline{d\psi} = k\,[e^{-j\,\varphi(M)}]\,dx\,dy$$

avec k constante positive et j nombre complexe ($j^2 = -1$).

I. Généralités

1. Citer le nom d'un physicien ayant été associé, historiquement, à l'interprétation du phénomène de diffraction de la lumière.

2. Recopier, sommairement, la figure **A.1** (page 2) en prolongeant le trajet des rayons lumineux **(a)** et **(b)** jusqu'à l'écran (**E**), puis celui des rayons **(c)**, **(d)** et **(e)** jusqu'à l'écran d'observation (**E'**).

3. Quelle est (sont) la (les) principale(s) propriété(s) de l'onde lumineuse monochromatique reçue par l'ouverture plane (**S**) ?

4. Exprimer, en fonction des variables α, β, x, y et de la longueur d'onde λ_o, la phase $\varphi(M)$.

II. Diffraction par une ouverture rectangulaire

1. La pupille (**S**) est une ouverture rectangulaire, de centre O, de largeur ℓ parallèle à l'axe Ox et de longueur L parallèle à l'axe Oy, avec $\ell < L$ (figure **A.2**).

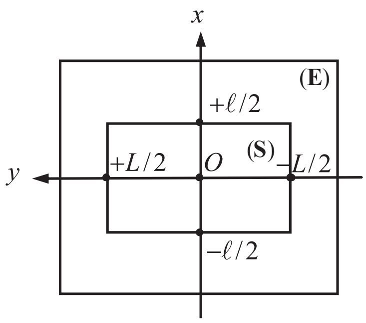

Figure **A.2**

a) L'égalité $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$ est rappelée. Montrer que l'amplitude complexe $\underline{\psi}\,(\alpha,\beta,\gamma)$ de l'onde diffractée par (**S**), dans la direction de vecteur $\vec{u}\,(\alpha,\beta,\gamma)$, s'écrit sous la forme :

$$\underline{\psi}\,(\alpha,\beta,\gamma) = \psi_o\,\frac{\sin\,A(\alpha)}{A(\alpha)}\cdot\frac{\sin\,B(\beta)}{B(\beta)}\quad.$$

b) L'expression trouvée est-elle complexe ou réelle ?

c) Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, la constante ψ_o et les fonctions $A(\alpha)$ et $B(\beta)$.

2. Le rôle de la lentille (**L₂**), de distance focale f_2', est de ramener dans son plan focal image, donc à distance finie, les phénomènes relevant de la diffraction à l'infini. Les rayons lumineux sont faiblement inclinés sur l'axe optique.

a) En déduire une relation entre α, x' et f_2' d'une part, puis entre β, y' et f_2' d'autre part.

b) Après avoir posé $\boldsymbol{I} = \dfrac{\lambda_o\,f_2'}{\ell}$ et $\boldsymbol{J} = \dfrac{\lambda_o\,f_2'}{L}$ (grandeurs homogènes à des longueurs), réécrire l'expression de l'amplitude résultante ψ (question **A.II.1.a**) en fonction des variables x' et y'.

3. L'éclairement $\mathcal{E}(x',y')$, au point $M'(x',y')$ de l'écran d'observation (**E'**), est proportionnel au carré de l'amplitude de l'onde diffractée vers M' (cette propriété n'est pas à redémontrer). L'éclairement sur l'écran s'écrit donc sous la forme :

$$\mathcal{E}(x',y') = \mathcal{E}_o \left[\frac{\sin A'(x')}{A'(x')}\right]^2 . \left[\frac{\sin B'(y')}{B'(y')}\right]^2 .$$

a) Expliciter, en faisant intervenir notamment les longueurs $\boldsymbol{I}$ et $\boldsymbol{J}$, les fonctions $A'(x')$ et $B'(y')$.

b) Rappel : si $t \to 0$, $\lim \left(\frac{\sin t}{t}\right) = 1$.

A l'aide d'un schéma, décrire la figure de diffraction dans le plan $x'O'y'$, en précisant, notamment, la position relative des franges sombres (minima nuls à symboliser par des traits noirs ou de couleur foncée) pour lesquelles l'éclairement $\mathcal{E} \to 0$.

c) Déterminer, en fonction de $\boldsymbol{I}$ et $\boldsymbol{J}$ (ou de λ_o, f_2', ℓ et L), les dimensions de la tache centrale de diffraction.

4. Dessiner ou schématiser, sommairement, la nouvelle figure de diffraction, si la largeur ℓ de l'ouverture (**S**) devient très faible et la longueur L très importante (fente fine).

Partie B

Interférences à deux ondes cohérentes

I. Intensité lumineuse

Une source quasi-ponctuelle, située au point O, émet une onde électromagnétique monochromatique qui se propage à la vitesse c, notamment dans la direction de l'axe Oz. La source est entretenue et le régime est permanent. Au niveau de la source, le signal s'écrit : $s(O,t) = a_o \cos[\omega t - \varphi(O)]$, avec a_o l'amplitude, ω la pulsation et $\varphi(O)$ la phase en O à l'origine des temps. T et λ_o sont respectivement la période et la longueur d'onde de la radiation. En un point $M(z)$ de l'axe Oz, repéré par la variable $z = OM$, le signal s'écrit $s(M,t) = a \cos[\omega t - \varphi(M)]$ en notation réelle et $\underline{s} = a\, e^{j(\omega t - \varphi(M))}$ en notation complexe.

1. Exprimer, en fonction de $\varphi(O)$ et des données de l'énoncé, la phase $\varphi(M) = \varphi(z)$ au point M.

2. Déterminer, en fonction de a, la moyenne temporelle $< s^2(M,t) >$ de $s^2(M,t)$, carré du signal lumineux $s(M,t)$.

3. L'intensité lumineuse $I(M)$ reçue au point M s'écrit, par définition, $I(M) = \underline{s} . \underline{s}^*$ (formule qui n'est pas à redémontrer), avec $\underline{s}^*$, conjugué du complexe $\underline{s}$. Déterminer $I(M)$ en fonction de a.

II. Interférences lumineuses de deux ondes cohérentes

Soit la superposition, en un point M de l'espace, de deux ondes lumineuses monochromatiques de même pulsation ω, provenant de deux sources ponctuelles S_1 et S_2. Dans ce problème, les deux sources sont cohérentes (ou dépendantes), c'est-à-dire qu'il existe une relation de phase entre elles : $\varphi(S_2) - \varphi(S_1)$ = constante (condition nécessaire à l'existence d'interférences en M). Au point M et au temps t, les signaux lumineux s'écrivent $s_1(M,t) = a_1 \cos[\omega t - \varphi_1(M)]$ et $s_2(M,t) = a_2 \cos[\omega t - \varphi_2(M)]$ et leurs représentants complexes respectivement $\underline{s}_1 = a_1\, e^{j(\omega t - \varphi_1(M))}$ et $\underline{s}_2 = a_2\, e^{j(\omega t - \varphi_2(M))}$.

1. Sachant que $s_{tot}(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$ (et de même $\underline{s}_{tot} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2$), exprimer l'intensité totale $I_{tot}(M)$, reçue en M, en fonction de I_1 ($= a_1^2$), I_2 ($= a_2^2$), $\varphi_1(M)$ et $\varphi_2(M)$.

2. Les deux ondes ont, maintenant, la même amplitude $a_1 = a_2$ et, par voie de conséquence, les intensités associées sont identiques : $I_1 = I_2 = I_o$. Soit $\varphi(M)$ la différence de phase en M : $\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$.
   - **a)** Exprimer l'intensité $I_{tot}(M)$ en fonction de I_o et $\varphi(M)$.
   - **b)** Soit $\delta(M)$, la différence de marche (ou de chemins optiques) $\delta(M) = \mathbf{(}S_2M\mathbf{)} - \mathbf{(}S_1M\mathbf{)}$. En déduire l'expression de l'intensité totale $I_{tot}(M)$, en fonction de I_o, $\delta(M)$ et λ_o.

     Rappel : $\varphi(M) = 2\pi \dfrac{\delta(M)}{\lambda_o}$.
   - **c)** En déduire, en fonction de λ_o, les valeurs possibles de $\delta(M)$ qui permettent des interférences constructives, c'est-à-dire des valeurs pour lesquelles $I_{tot}(M)$ est maximale (franges brillantes).

Partie C

Mesure de l'indice d'un matériau transparent

Une source ponctuelle S est placée au foyer objet F_1 d'une lentille mince convergente (**L₁**). La source émet une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_o. A la sortie de (**L₁**) est placé un premier écran plan opaque (**P**), perpendiculaire à l'axe optique *z'z* de la lentille et percé de deux trous identiques S_1 et S_2 de très petites dimensions.
La lumière diffractée par ces deux pupilles, distantes de $\ell = S_1S_2$ et symétriques l'une de l'autre par rapport à l'axe *z'z*, est reçue par un second écran plan d'observation (**E**), parallèle au premier et situé dans le plan *xOy*. L'écartement ℓ de ces pupilles, situées sur une droite parallèle à l'axe *Ox*, est très faible devant la distance D (ℓ « D) qui sépare les deux écrans (**P**) et (**E**) (figure « en perspective » **C.1**).

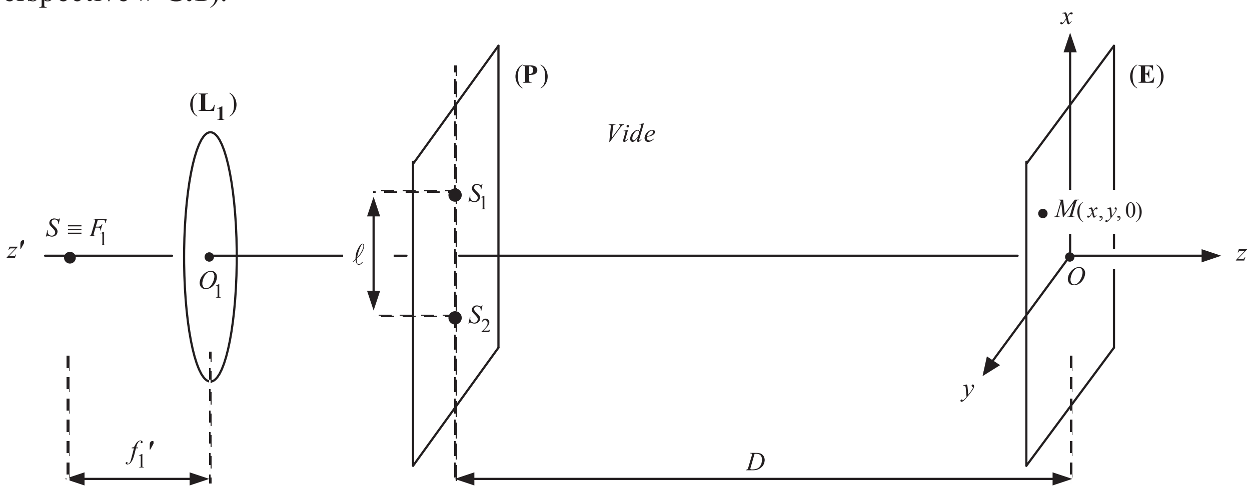

Figure **C.1**

I. Généralités

1. Recopier, sommairement, la figure **C.1** en dessinant le trajet des deux rayons lumineux, notés **(1)** et **(2)**, issus de $S \equiv F_1$, qui passent respectivement par les pupilles S_1 et S_2 et qui interfèrent au point $M(x,y,0)$ de l'écran (**E**).

2. La différence de marche (ou différence de chemins optiques), entre les rayons **(1)** et **(2)** définis précédemment (question **C.I.1**), s'écrit $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$. Démontrer l'égalité $\delta(M) = \dfrac{\ell\ x}{D}$, formule qui relie $\delta(M)$ à x, la méthode de résolution étant laissée au choix du candidat.

3. Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles les interférences sont constructives, c'est-à-dire les valeurs de x correspondant à des points de **(E)** qui reçoivent une intensité lumineuse maximale.

4. Préciser la forme géométrique des franges brillantes.

5. Quelle est, en un point M_{fcb} de la frange centrale brillante (f.c.b.), la valeur caractéristique de la différence de marche $\delta(M_{fcb})$?

6. Donner, en fonction de ℓ, D et λ_o, l'expression de l'interfrange i, distance entre deux franges brillantes consécutives.

7. La longueur de cohérence d_{lim} (grandeur positive) est la différence de marche limite, ou maximale, au-delà de laquelle le phénomène d'interférences n'existe plus. Deux trains d'onde, émis au même instant par la source S et passant respectivement par S_1 et S_2, ne se croisent en M, donc interfèrent en ce point, que si $|\delta(M)| \leq d_{lim}$. En déduire, en fonction de ℓ, D et d_{lim}, l'étendue $\Delta x = x_{max} - x_{min}$ du champ d'interférences sur l'écran **(E)**.

8. Application numérique : $\ell = 8{,}00 \times 10^{-3}$ m ; $\lambda_o = 6{,}00 \times 10^{-7}$ m ;
$D = 1{,}00$ m ; $d_{lim} = 2{,}00 \times 10^{-3}$ m.

   Calculer i et Δx.

II. Détermination de l'indice *n* d'une lame transparente

Devant la pupille S_2, est placée une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice absolu $n > n_o = 1$, transparente, homogène et isotrope (figure **C.2**).

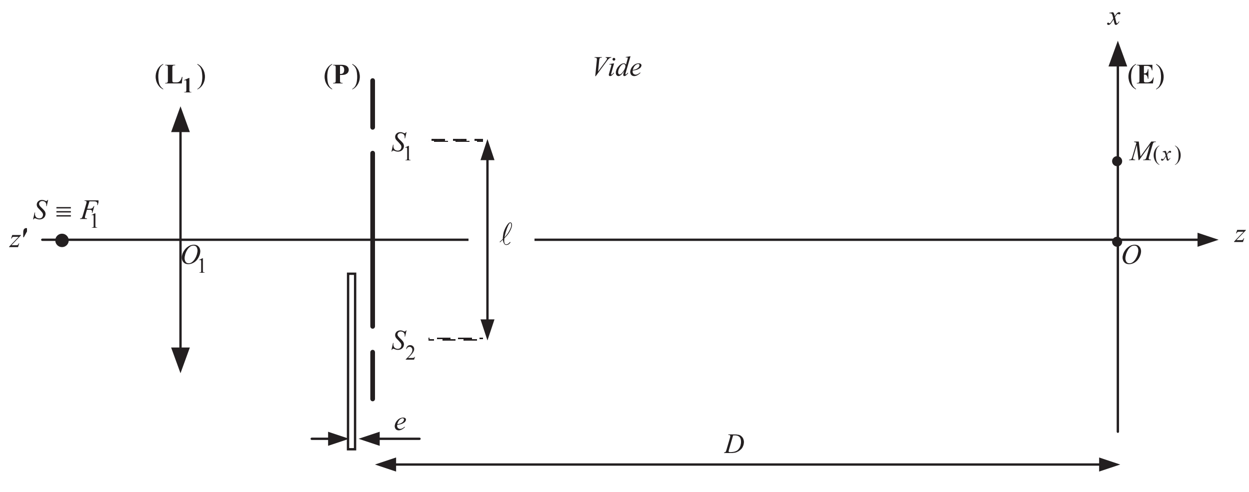

Figure **C.2**

1. Exprimer la nouvelle différence de marche $\delta'(M) = (SM)_2 - (SM)_1$, en fonction de ℓ, D, n, e et x.

2. Avant l'adjonction de la plaque de verre (figure **C.1**, page 5), la frange centrale brillante était en $x = 0$. Après installation de la lamelle (figure **C.2**), la frange centrale brillante se déplace en $x_{fcb} \neq 0$. Dans quel sens s'est déplacée cette frange (vers les x positifs ou vers les x négatifs) ?

3. Application numérique : $\ell = 8{,}00 \times 10^{-3}$ m ; $D = 1{,}00$ m ; $e = 2{,}00 \times 10^{-3}$ m ;
$|x_{fcb}| = 1{,}20 \times 10^{-1}$ m.

   Calculer n.

Fin de l'énoncé.

IMPRIMERIE NATIONALE – 13 1344 – D'après documents fournis