

CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune aux 3 options (Mathématiques, Physique, Chimie)

PHYSIQUE - PARTIE I

Durée : 2 heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Les parties A, B et C sont totalement indépendantes

Partie A

Caractéristiques d'un opérateur quadripolaire

Le but de cet exercice est d'établir le schéma électrique équivalent d'un amplificateur réel de tension.

Le schéma équivalent fait intervenir les résistances d'entrée R_e et de sortie R_s . L'opérateur quadripolaire (deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie) amplifie la tension sinusoïdale d'entrée u_e : son gain (intensité i_s nulle ou non) s'écrit $G = U_s/U_e$ avec U_e et U_s , respectivement tensions efficaces d'entrée et de sortie (figure A.1). La résistance des fils de connexion est négligée.

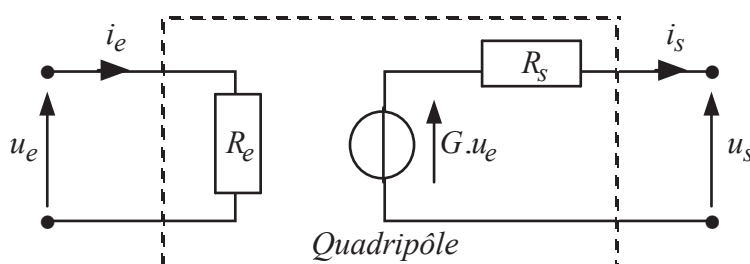


Figure A.1

Remarque : pour compenser l'énergie consommée, l'opérateur est connecté à des sources d'alimentation qui ne sont pas représentées sur les schémas.

I. Préliminaires : indications données par un voltmètre

Deux résistors, de résistances respectives R_1 et R_2 , sont montés en série avec une source indépendante de tension, de f.é.m. e constante (figure A.2.a).

1. Donner, en fonction de e , R_1 et R_2 , l'expression de la tension u_2 aux bornes du résistor de résistance R_2 .
2. Comment se nomme ce type de montage ?
3. Afin de mesurer la tension aux bornes du résistor de résistance R_2 , un voltmètre, noté **V** et de résistance interne R_v , est branché en dérivation. Parcouru par le courant d'intensité i_v , l'appareil indique la tension u (figure A.2.b). Etablir, en fonction de e , R_1 , R_2 et R_v , l'expression de la tension u .
4. Pour quelle valeur de la résistance interne R_v , le voltmètre indique-t-il une tension u identique à la valeur u_2 , tension calculée à la question A.1.1 ? Quelle est, dans ce cas, la valeur de l'intensité i_v ?

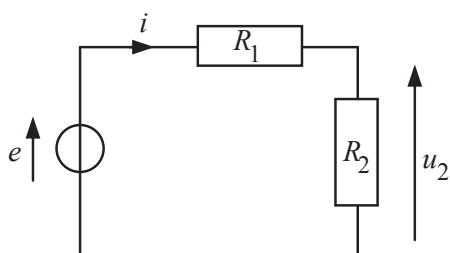


Figure A.2.a

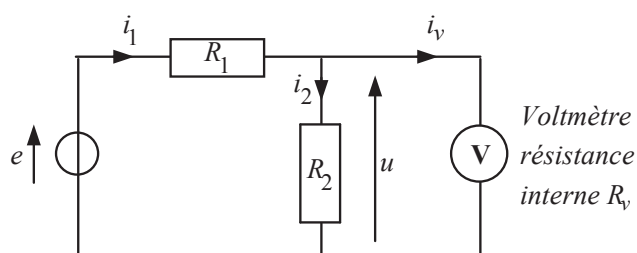


Figure A.2.b

II. Etude expérimentale d'un opérateur quadripolaire réel

Le montage, décrit par la figure A.3, est alimenté par un générateur de tension alternative sinusoïdale $e(t) = E\sqrt{2} \cos(\omega t)$ « basses fréquences » (GBF). La tension aux bornes de l'association série « source $e(t)$ – résistor de résistance variable R (avec $0 \Omega \leq R \leq 10^6 \Omega$) » vaut u_e (tension d'entrée). Les bornes de sortie sont susceptibles, par fermeture de l'interrupteur K , d'être reliées à un résistor de charge, de résistance R_c .

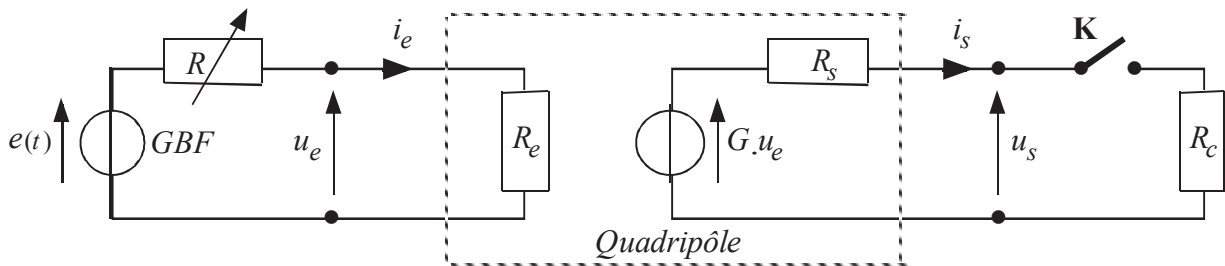


Figure A.3

Trois séries de mesures, numérotées (1), (2) et (3), sont effectuées avec un voltmètre électronique d'impédance interne considérée comme infinie. Les tensions efficaces $U_{e,i}$ et $U_{s,i}$ mesurées (avec i indice correspondant à la i° série de mesures) sont consignées dans le tableau 1 ci-dessous :

Série de mesures	Interrupteur K	Résistance R	Tension U_e	Tension U_s
(1)	K ouvert	$R = 0 \Omega$	$U_{e,1} = 1,20 \text{ V}$	$U_{s,1} = 12,0 \text{ V}$
(2)	K fermé	$R = 0 \Omega$	$U_{e,2} = ?$	$U_{s,2} = 9,60 \text{ V}$
(3)	K ouvert	$R = 1,00 \times 10^6 \Omega$	$U_{e,3} = ?$	$U_{s,3} = 7,20 \text{ V}$

Tableau 1

Les données de l'énoncé sont les grandeurs : R , R_c , $U_{e,1}$, $U_{s,1}$, $U_{s,2}$ et $U_{s,3}$.

- Montrer que les trois séries de mesures permettent d'aboutir aux expressions des grandeurs G , R_s et R_e , en fonction de certaines données de l'énoncé.
- Applications numériques : $R_c = 1,00 \times 10^2 \Omega$.
 - Calculer le gain G , la résistance d'entrée R_e et la résistance de sortie R_s .
 - Déterminer les deux valeurs manquantes $U_{e,2}$ et $U_{e,3}$ du tableau 1 ci-dessus.

Partie B

Moment magnétique de spin de l'électron

Aucune connaissance spécifique au chapitre de mécanique n'est requise pour traiter cette partie : les quelques formules nécessaires sont rappelées.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Tous les dispositifs décrits dans ce problème sont envisagés dans le vide, milieu de perméabilité magnétique μ_0 .

La loi de Biot et Savart, qui permet un calcul direct du champ magnétique \vec{B} créé par un courant filiforme d'intensité i , est rappelée ci-dessous.

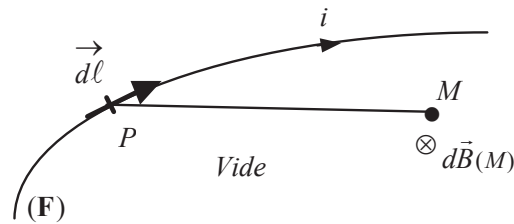


Figure B.1

L'élément infinitésimal $d\vec{\ell}$, centré au point P d'un circuit filiforme (F) parcouru par un courant d'intensité i , engendre, en tout point M de l'espace, le champ magnétique élémentaire $d\vec{B}(M)$ (figure B.1) :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$

Pour faciliter les calculs, quelques outils sont rappelés :

Forme géométrique	Circonférence	Surface	Volume
Cercle de rayon r	$2\pi r$	πr^2	–
Sphère de rayon R	–	$4\pi R^2$	$(4/3)\pi R^3$

Intégrale : $\int_0^\pi \sin^3 \theta \, d\theta = \frac{4}{3}$.

- Une charge q positive est animée, dans un plan, d'un mouvement circulaire uniforme, de rayon r et de centre C . Sa vitesse angulaire de rotation est ω (rad s^{-1}) et la période de son mouvement s'écrit $T = 2\pi/\omega$, avec une vitesse associée $v = \omega r$. Ce dispositif est assimilable à une spire, de même rayon r et de centre C , parcourue par un courant d'intensité moyenne i (figure B.2). Exprimer, en fonction des grandeurs q et ω , l'intensité moyenne i du courant ainsi établi.

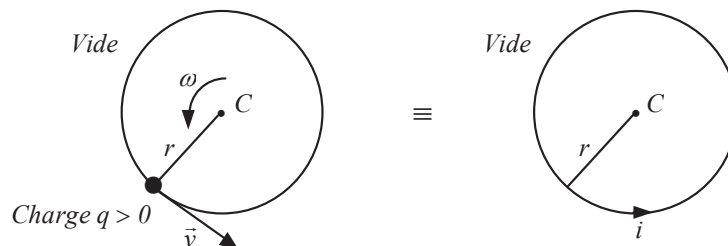


Figure B.2

2. Une spire d'axe $z'z$, de centre $C(0,0,z)$ et de rayon r , est parcourue par un courant d'intensité i constante et positive. Ce courant crée, sur l'axe $z'z$ et au point origine $O(0,0,0)$, un champ magnétique $\vec{B}(O)$.

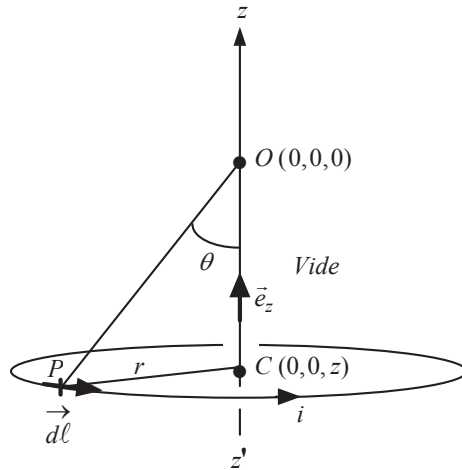


Figure B.3

- a) Recopier sommairement la figure B.3 en y dessinant le vecteur champ magnétique élémentaire $d\vec{B}(O)$ créé, au point O , par l'élément infinitésimal $d\vec{\ell}$ centré au point P , puis le champ magnétique résultant $\vec{B}(O)$ créé par la spire toute entière en ce même point O .
- b) Comment expliquer simplement, en quatre lignes maximum, la direction de ce champ résultant $\vec{B}(O)$?
- c) Déterminer, en fonction des grandeurs μ_0 , i , r et θ (= angle \widehat{COP}), la norme $B(O)$ du champ magnétique résultant $\vec{B}(O)$.
3. Une sphère métallique creuse, notée (S), de rayon R et de centre O , portant une répartition surfacique de charge uniforme, constante et positive σ (unité : $C\ m^{-2}$), tourne, ainsi que les charges, autour de l'axe Oz avec une même vitesse de rotation ω . Il est supposé que la rotation ne perturbe pas la distribution de ces charges. La surface sphérique est décomposée en éléments de surface dS : couronnes d'axe Oz délimitées par les angles au centre θ et $\theta+d\theta$ (figure B.4).

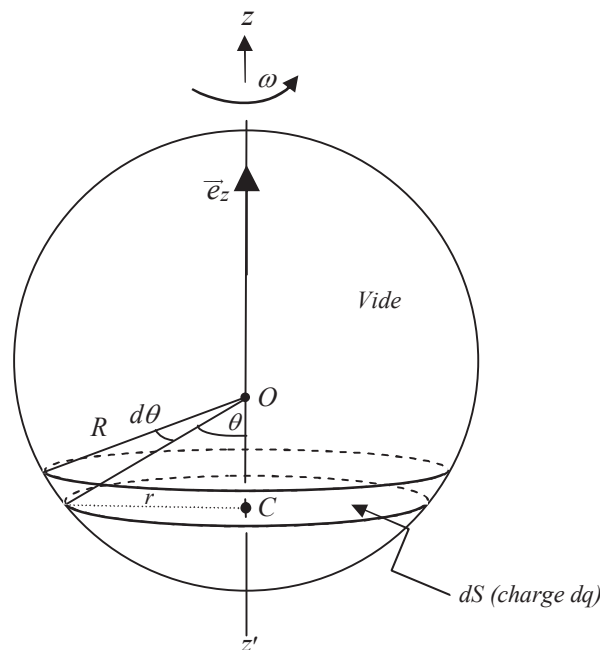


Figure B.4

- a) Exprimer la surface élémentaire dS en fonction des grandeurs R , r et $d\theta$.
 - b) Du fait de la rotation de la sphère, le mouvement de la charge dq , portée par l'élément de surface dS , est assimilable à une spire parcourue par le courant d'intensité élémentaire di . Ecrire, en fonction de σ , ω , r , R et $d\theta$, l'expression de l'intensité di .
 - c) La boucle de courant élémentaire d'intensité di engendre, au point O , centre de la sphère, le champ élémentaire $d\vec{B}(O)$. Exprimer, en fonction des grandeurs μ_0 , σ , ω , R , θ et $d\theta$, la norme $dB(O)$ du champ élémentaire $d\vec{B}(O)$.
 - d) En déduire l'expression vectorielle du champ résultant $\vec{B}(O)$.
 - e) Compte-tenu du sens de rotation de la sphère, la boucle de courant élémentaire, d'intensité di et de surface $S = \pi r^2$, présente le moment magnétique élémentaire $d\vec{M} = \pi r^2 di \vec{e}_z$. En déduire, en fonction de σ , ω , R et \vec{e}_z , le moment magnétique résultant \vec{M} de la sphère toute entière.
4. La sphère (S) est un modèle simplifié de l'électron, de charge totale surfacique $-e$.
- a) Déterminer, en fonction de ω , e , R et \vec{e}_z , l'expression vectorielle du moment résultant \vec{M} .
 - b) Application numérique : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $(\omega R^2) = 1,8 \times 10^{-3} \text{ rad m}^2 \text{ s}^{-1}$. Calculer la norme M du moment magnétique de (S).
 - c) Comparer la valeur de M calculée précédemment (question B.4.b) à la valeur expérimentale $M_{exp} = 1,6 \times 10^{-23} \text{ A m}^2$ de l'électron.
 - d) Proposer, sans calcul, une amélioration possible du modèle.

Partie C

Vitesse d'évaporation

Le fond d'une éprouvette, long tube cylindrique vertical de section droite d'aire S constante, contient un peu d'eau pure liquide de masse molaire $M(H_2O)$. Ce récipient ouvert communique avec l'atmosphère extérieure, considérée comme un fluide gazeux sans turbulences.

L'évaporation lente de l'eau est liée à un phénomène stationnaire de diffusion unidimensionnelle (variable z) et unidirectionnelle (axe vertical ascendant Oz , de vecteur unitaire \vec{e}_z) de la vapeur d'eau à travers la colonne d'air contenue dans le tube vertical.

L'origine O ($z(O) = 0$) est choisie à l'interface liquide-vapeur (surface libre de l'eau) où intervient l'équilibre réversible de changement d'état $H_2O(\text{liq}) = H_2O(\text{vap})$. Bien que l'eau s'évapore progressivement, la variation de la masse liquide est négligée pour la durée de l'expérience. L'extrémité supérieure du tube est située à la hauteur h .

L'eau (vapeur ou liquide) et l'air (y compris à l'intérieur de l'éprouvette) sont maintenus à la température T_0 et sous une pression totale P_0 : l'évolution est isotherme et isobare (figure C.1, page 7). La pression partielle p_{H_2O} de l'eau, à l'extérieur du tube, tout comme au sommet ($z = h$) de la colonne d'air contenue dans l'éprouvette, est constante et vaut P_h . A la température T_0 , la pression de vapeur saturante de l'eau vaut $P^*(T_0)$ et l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau s'écrit $\Delta_{vap}h(H_2O, T_0)$. La vapeur d'eau, ainsi que l'air, sont considérés comme des gaz parfaits (avec R constante du gaz parfait).

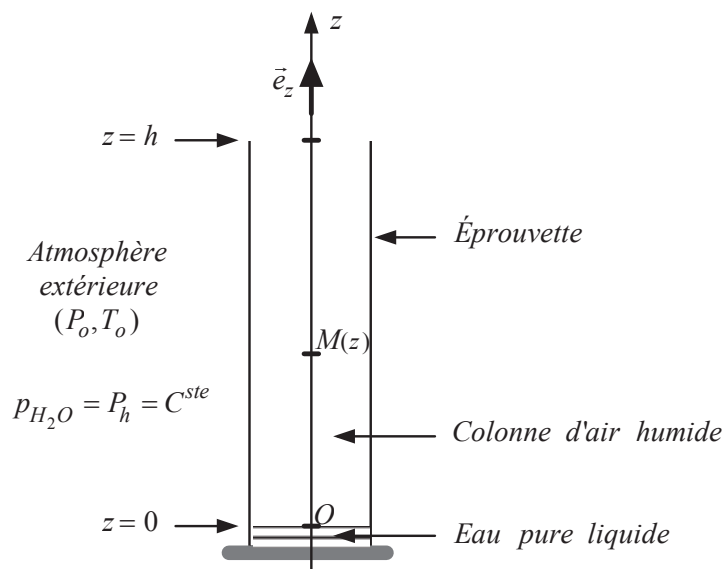


Figure C.1

La diffusion de la vapeur d'eau, soumise à la loi de Fick, présente une diffusivité D (ou coefficient de diffusion, positif et constant) et un vecteur densité de flux de molécules d'eau \vec{j}_D . En tout point $M(z)$ de la colonne d'air, où $N^*(z)$ (unité : molécules d'eau \cdot m $^{-3}$) est la densité volumique en molécules d'eau, cette loi s'écrit :

$$\vec{j}_D(M) = -D \vec{\text{grad}} N^*(z) = j_D(z) \vec{e}_z$$

Le régime de diffusion est permanent et quasi-stationnaire. Soit q_m , la masse d'eau évaporée par unité de temps.

Données : $M(H_2O) = 1,80 \times 10^{-2}$ kg mol $^{-1}$; $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol $^{-1}$; $R = 8,31$ J mol $^{-1}$ K $^{-1}$;
 $T_o = 315$ K ; $P^*(T_o) = 8,40$ kPa ; $P_h = 2,00$ kPa ; $\Delta_{vap}h(H_2O, T_o) = 2,40 \times 10^6$ J kg $^{-1}$;
 $S = 5,00 \times 10^{-3}$ m 2 ; $h = 1,00$ m ; $D = 3,00 \times 10^{-5}$ m 2 s $^{-1}$.

1. Densité volumique N^* des molécules d'eau et pression partielle p_{H_2O} .
 - a) Relier, en tout point M de l'espace, grâce à l'équation d'état du gaz parfait, la pression partielle $p_{H_2O}(M)$ à la densité volumique moléculaire $N^*(M)$.
 - b) A la surface libre de l'eau ($z = 0$), intervient l'équilibre réversible de changement d'état $H_2O(\text{liq}) = H_2O(\text{vap})$. Rappeler la relation simple qui existe entre la pression partielle $p_{H_2O}(z = 0)$ et la pression de vapeur saturante de l'eau $P^*(T_o)$.
 - c) Application numérique : calculer $N^*_o (= N^*(z = 0))$ et $N^*_h (= N^*(z = h))$.
2. Flux Φ de molécules d'eau à travers une section droite d'aire S .
 - a) Rappeler l'unité de j_D .
 - b) Il n'y a aucune accumulation de matière, à l'intérieur du tube, en un point $M(z)$ pour lequel $0 \leq z \leq h$. Quelle est alors la principale propriété du flux Φ ?
 - c) Donner la relation entre j_D , Φ et S .
3. Loi de répartition $N^*(z)$ des molécules d'eau de la colonne d'air humide à l'intérieur de l'éprouvette.
 - a) Relier les grandeurs $dN^*(z)$, dz , Φ , S et D par une équation différentielle.
 - b) Donner, en fonction des grandeurs N^*_o , N^*_h , D , S et h , une expression du flux Φ .

- c) En déduire la loi de répartition $N^*(z)$.
 - d) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $N^*(z)$ pour $0 \leq z \leq h$.
4. Vitesse d'évaporation.
- a) Relier, par une équation, la grandeur q_m (masse d'eau évaporée par unité de temps) au flux Φ .
 - b) Application numérique :
 - Calculer et exprimer q_m en kg s^{-1} , puis en g j^{-1} (1 j \equiv 1 jour).
 - En déduire la chaleur Q reçue, au cours de l'évaporation pendant une journée, par l'eau.
 - c) Comment faudrait-il choisir les dimensions (surface S et hauteur h) d'une nouvelle éprouvette, les autres paramètres demeurant inchangés, pour que soit doublée la vitesse d'évaporation q_m ?
 - d) Que se passerait-il si $P_h = P^*(T_o)$?

Fin de l'énoncé.