

## CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

---

Epreuve commune aux 3 options (Mathématiques, Physique, Chimie)

**PHYSIQUE - PARTIE I****Durée : 2 heures**

---

*N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

---

Les calculatrices sont autorisées
-----------------------------------

*L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.*

---

*De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.*

*Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.*

---

Les parties A, B et C sont totalement indépendantes

## Partie A

### Potentiel thermodynamique

Rappel de quelques expressions importantes de la thermodynamique :

Les formules suivantes, applicables à tout système thermodynamique fermé, définissent la différentielle thermodynamique  $dH$  et la fonction d'état  $F$  :

$$dH = T dS + V dP$$
$$F = U - T S$$

De plus, dans le cas de  $n$  moles de gaz parfait, la différentielle  $dH$  est aussi définie par la relation  $dH = n C_{p,m} dT$ . Dans ces expressions, la grandeur  $H$  représente l'enthalpie,  $S$  l'entropie,  $F$  l'énergie libre,  $U$  l'énergie interne,  $T$  la température,  $V$  le volume,  $P$  la pression et  $C_{p,m}$  le coefficient thermique molaire à pression constante du gaz.

#### I. Questions préliminaires

1. À partir des équations rappelées ci-dessus, exprimer la différentielle  $dS$  en fonction notamment des différentielles  $dT$  et  $dP$ .
2. Une quantité de  $n$  moles de gaz parfait subit une transformation isotherme d'une pression initiale  $P_A$  à une pression finale  $P_B$ . Exprimer, en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $P_A$  et  $P_B$ , la variation d'entropie  $\Delta S$  mise en jeu au cours de la transformation par ce gaz.

#### II. Évolution isotherme et isochore d'un système gazeux

Un cylindre horizontal clos (ou fermé), de volume total invariable, d'axe  $Ox$  et de section circulaire d'aire  $A$  constante, est divisé intérieurement en deux compartiments notés (1) et (2), par un piston mobile maintenu perpendiculaire à l'axe. Les volumes de gauche (1) et de droite (2) sont étanches et contiennent respectivement  $n_1$  moles et  $n_2$  moles d'un même gaz parfait. La cloison (ou piston), repérée par son abscisse  $x$ , peut être déplacée sans frottement le long de l'axe  $Ox$  (avec  $0 \leq x \leq L$ ) par un dispositif non décrit dans l'énoncé. Le piston et les parois du cylindre sont perméables à la chaleur (parois diathermanes). L'ensemble est plongé dans un thermostat qui maintient le gaz à une température  $T_o$  constante et uniforme (figure A.1).

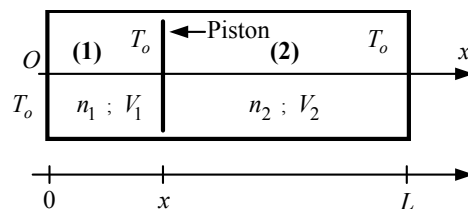


Figure A.1

Les données de l'énoncé sont :  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $L$ ,  $A$ ,  $x$  et  $R$  (constante du gaz parfait).

1. Exprimer, en fonction de certaines données de l'énoncé, les volumes  $V_1$  et  $V_2$  des deux compartiments.

- Après avoir appliqué l'équation d'état du gaz parfait dans chacun de ces deux volumes, déterminer, en fonction des données, le rapport  $P_1/P_2$  des pressions régnant dans (1) et (2).
- En déduire la position  $x_0$  du piston pour laquelle les pressions, de part et d'autre de la cloison, sont égales.
- La cloison est déplacée, de manière quelconque, depuis une position initiale repérée par l'abscisse  $x \neq x_0$ , jusqu'à l'abscisse  $x = x_0$  (coordonnée définie au paragraphe A.II.3) où elle est immobilisée. Exprimer, en fonction des données, la variation d'entropie  $\Delta S(x)$  mise en jeu au cours de cette transformation par l'ensemble des  $(n_1 + n_2)$  moles de gaz parfait.
- Calculer la valeur de  $\Delta S = \Delta S(x_0)$  en  $x = x_0$ . Étudier le signe de la dérivée  $d\Delta S(x)/dx$  pour  $x > x_0$ , puis pour  $x < x_0$  et enfin déterminer la valeur de cette dérivée en  $x = x_0$ . Tracer l'allure de la courbe représentative de cette fonction  $\Delta S(x)$ .
- En déduire l'allure de la courbe représentative de la fonction  $\Delta F(x)$  : variation de l'énergie libre du système des  $(n_1 + n_2)$  moles de gaz parfait mise en jeu au cours du déplacement de la paroi de l'abscisse  $x \neq x_0$  à l'abscisse  $x = x_0$ .
- Le déplacement du piston de l'abscisse  $x \neq x_0$  à l'abscisse  $x_0$  peut-il être un processus spontané ? Quelle est la position d'équilibre du système ?

## Partie B

### Barreau de combustible nucléaire

Le combustible nucléaire « MOX » (abréviation de « Mélange d'Oxydes »), matériau radioactif fabriqué à partir de plutonium et d'uranium appauvri, contient du dioxyde d'uranium ( $UO_2$ ) et du dioxyde de plutonium ( $PuO_2$ ). Ce combustible est conditionné en pastilles empilées dans des tubes métalliques en alliage de zirconium. Ces tubes d'environ 4 mètres de longueur sont aussi appelés gaines. L'ensemble pastilles-gaine constitue un « crayon ». Des assemblages de crayons sont ensuite plongés au cœur du réacteur nucléaire, pour y fournir de l'énergie en entretenant la réaction en chaîne de fission.

Il s'agit, dans cette partie, de modéliser la diffusion thermique et de proposer une loi de répartition des températures à l'intérieur de l'un de ces crayons.

L'espace est rapporté, en coordonnées cylindro-polaires, à un repère de base orthonormée  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ . Le barreau de combustible nucléaire MOX se présente sous la forme d'un cylindre plein, d'axe  $z'z$ , de rayon  $R$  et de longueur imaginée infinie. Le matériau radioactif est supposé homogène et de conductivité thermique  $\lambda$  uniforme et constante. Le phénomène de réaction nucléaire s'accompagne d'une puissance volumique uniformément dégagée  $p$  (unité :  $W\ m^{-3}$ ) au sein du combustible. En régime permanent, la surface périphérique (ensemble des points tels que  $r = R$ ) du MOX, au contact de la gaine métallique de zirconium, excellent conducteur thermique, présente une température constante et uniforme  $T_{(r=R)} = T_o$  (figure B.1).

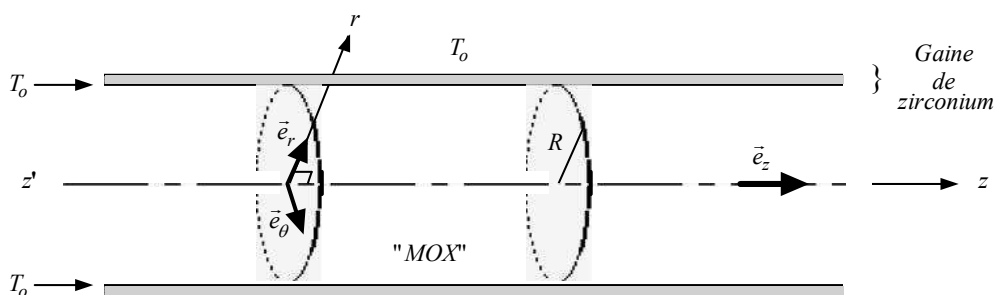


Figure B.1

## Rappels de quelques outils utiles

Le tableau ci-dessous propose quelques calculs de volumes et surfaces concernant un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur (ou longueur)  $L$  (figure **B.2**) :

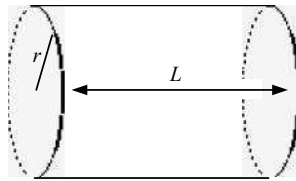


Figure **B.2**

Surface de base du cylindre	Surface latérale du cylindre	Volume du cylindre
$S_b(r) = \pi r^2$	$S_{lat}(r) = 2 \pi r L$	$V(r) = \pi r^2 L$

Soit  $\Phi_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$ , le flux thermique (ou puissance) qui traverse une surface d'aire  $S$ . Le vecteur associé à ce flux est le vecteur densité de courant thermique  $\vec{j}_{th}$ , lié à la température  $T$  par la loi de Fourier :  $\vec{j}_{th}(M,t) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T(M,t)$ .

En régime stationnaire et dans le cadre d'une diffusion thermique unidimensionnelle (phénomène de transport ne dépendant que d'une seule dimension ou d'une seule variable), la loi de Fourier peut s'écrire sous deux formes, **(1)** et **(2)**, suivant le mode de propagation :

Diffusion unidirectionnelle ou axiale (selon $\vec{e}_z$ )	Diffusion radiale (direction du vecteur $\vec{e}_r$ )
$\vec{j}_{th}(z) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T(z)$ <b>(1)</b>	$\vec{j}_{th}(r) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T(r)$ <b>(2)</b>

## Loi de répartition des températures

Le régime de diffusion thermique est permanent et stationnaire.

Les données de l'énoncé sont :  $R$ ,  $\lambda$ ,  $p$  et  $T_o$ .

1. Préciser, sans démonstration, la direction de la diffusion de chaleur à l'intérieur du barreau de longueur considérée comme infinie. En déduire, parmi les deux formes **(1)** et **(2)** de la loi de Fourier présentées ci-dessus, celle qui permet de rendre compte du phénomène de diffusion.
2. Déterminer, en fonction de certaines données de l'énoncé, la puissance thermique linéique  $\overline{P}_{th}(r)$  (ou puissance thermique par unité de longueur  $L=1$  m, longueur mesurée selon l'axe  $z'z$ ) engendrée à l'intérieur d'une surface cylindrique, notée  $S(r)$ , d'axe  $z'z$  et de rayon  $r$  (avec  $r < R$ ).
3. En déduire le flux thermique linéique  $\overline{\Phi}_{th}(r)$ , ou flux de chaleur, traversant par unité de longueur ( $L=1$  m) la surface cylindrique définie précédemment (paragraphe **B.2**).
4. Déterminer, en fonction de  $p$  et  $r$ , l'expression vectorielle de la densité de courant thermique  $\vec{j}_{th}$  en tout point de la surface  $S(r)$ .
5. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la température  $T$ , à l'intérieur du combustible.
6. Établir la loi de répartition  $T$  des températures à l'intérieur du matériau radioactif.
7. Localiser dans le barreau l'endroit où la température est maximale. Exprimer en fonction des données de l'énoncé cette température maximale  $T_{max}$ .
8. Tracer pour  $0 \leq r \leq R$  l'allure de la courbe représentative de cette fonction  $T$ .

9. Application numérique :  $R = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}$  ;  $\lambda = 3,0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  ;  
 $p = 2,0 \times 10^8 \text{ W m}^{-3}$  ;  $T_{(r=R)} = T_o = 600 \text{ K}$ .

- Calculer la température maximale  $T_{max}$ .
- Déterminer la valeur numérique du flux linéique de chaleur  $\overline{\Phi}_{th}(r=R)$  (donc flux par unité de longueur) traversant la gaine de zirconium.
- La température de fusion du MOX vaut  $T_f = 2900 \text{ K}$ . Quelle est la valeur limite  $R_{lim}$  du rayon  $R$  du crayon au-delà de laquelle la fusion du combustible MOX risque d'intervenir ?
- La valeur  $R = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}$  du rayon a-t-elle été bien choisie ?

## Partie C

### Simulation d'une inductance élevée

Les inductances  $L$  usuelles valent quelques dixièmes de henry. Une bobine de Travaux Pratiques, comportant 500 spires et dont le gabarit est approximativement un cube de 10 cm d'arête, présente une inductance de 10 mH environ. Des inductances  $L$  plus élevées nécessitent des bobines aux dimensions « géantes » forcément résistives.

L'électronique permet de simuler des inductances élevées, quasi-idéales. Le circuit, représenté figure C.1, comporte deux amplificateurs opérationnels (AO) idéaux en fonctionnement linéaire. Il s'agit de montrer que ce dipôle se comporte comme un dipôle «  $r, L$  » en dérivation, schématisé figure C.2.

Tous les signaux (tension et intensité) considérés dans cet exercice sont supposés alternatifs sinusoïdaux : les grandeurs complexes associées sont soulignées (avec  $j^2 = -1$ ).

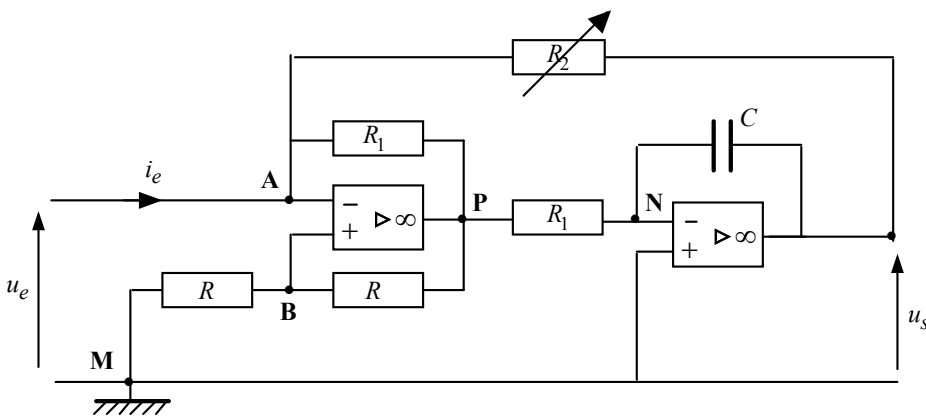


Figure C.1

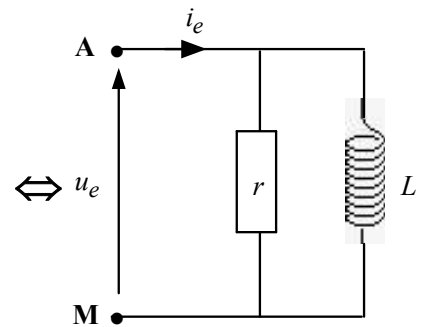


Figure C.2

Il est rappelé que l'impédance complexe du condensateur s'écrit  $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$ .

Les données de l'énoncé sont :  $R, R_1, R_2, C$  et  $\omega$ .

1. Il s'agit d'établir une expression de l'admittance complexe d'entrée, notée  $\underline{Y}_e$  (l'inverse de  $\underline{Z}_e$ , impédance d'entrée), reliant courant et tension d'entrée et définie par  $\underline{Y}_e = \frac{1}{\underline{Z}_e} = \frac{\underline{i}_e}{\underline{u}_e}$ , pour le

dipôle **AM** schématisé figure C.1.

- À partir de l'expression du potentiel complexe  $\underline{V}_N$  (au point **N**), donner la relation entre le potentiel  $\underline{V}_P$  (au point **P**) et  $\underline{u}_s$  (tension de sortie).

- b) Quelle relation simple existe-t-il entre les potentiels  $\underline{V}_A$  (au point **A**) et  $\underline{V}_B$  (au point **B**) ? En déduire une relation entre le potentiel  $\underline{V}_P$  et la tension d'entrée  $\underline{u}_e$ .
  - c) Exprimer le potentiel  $\underline{V}_A$  ( $= \underline{u}_e$ ) en fonction des grandeurs  $\underline{i}_e$ ,  $\underline{u}_s$ ,  $\underline{V}_P$  et de certaines données de l'énoncé.
  - d) Déduire de ce qui précède (aux paragraphes **C.1.a.b** et **c**), l'expression de l'admittance complexe  $\underline{Y}_e$  du montage de la figure **C.1**.
2. Le montage de la figure **C.1** se comporte comme un dipôle «  $r, L$  » en dérivation. Exprimer, en fonction de  $r, L$  et  $\omega$ , l'admittance complexe d'entrée  $\underline{Y}_e$  du dipôle «  $r, L$  » de la Figure **C.2**.
3. Par identification, exprimer  $r$  et  $L$  en fonction des données de l'énoncé.
4. *Application numérique* :  $R_1 = 2,0 \times 10^3 \Omega$  ;  $C = 1,5 \times 10^{-5} \text{ F}$ .
- a) Quelle valeur donner à  $R_2$ , résistance réglable, pour obtenir une inductance pure ?
  - b) Calculer  $L$  dans ce cas. Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

**Fin de l'énoncé.**



