CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune aux 3 options (Mathématiques, Physique, Chimie)

MECANIQUE - PARTIE I

Durée : 2 heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont interdites

Tournez la page S.V.P.

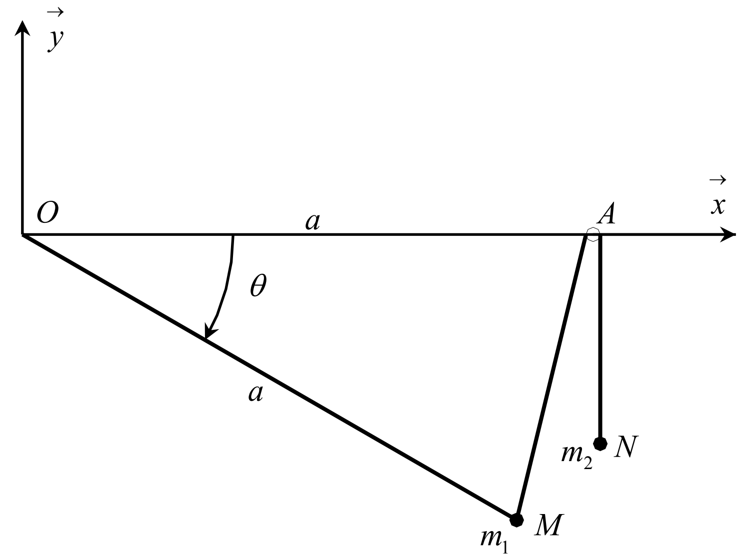
Exercice 1 :

Le référentiel $\Re$, considéré comme galiléen, est rapporté au repère $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

On considère un fil inextensible et sans masse, fixé en O et passant en A sur une poulie de très petites dimensions.

On fixe sur ce fil une masse m_1 au point M distant de a du point O, de sorte que le triangle OAM soit isocèle, et une masse m_2 à l'extrémité N du fil.
Voir figure ci-contre.

On note $\vec{OA} = a\,\vec{x}$ et $\vec{g} = -g\,\vec{y}$ l'accélération de la pesanteur.



La position du point M est repérée grâce à l'angle θ défini dans le plan $\vec{x}\,O\,\vec{y}$ par $\theta = (O\vec{x},\vec{OM})$.

On note $\vec{T_1}$ l'action du fil sur la masse m_1 dans le brin $[OM]$ et $\vec{T_2}$ l'action du fil sur la masse m_1 dans le brin $[MA]$.
Le système est à l'équilibre, de sorte que θ est constant.

1.1 Exprimer dans $\Re$ l'action $\vec{P}$ de la pesanteur sur la masse m_1.

1.2 Exprimer dans $\Re$ l'action $\vec{T_2}$ en fonction de m_2, θ et g.

1.3 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à la masse m_1. En déduire l'expression dans $\Re$ de $\vec{T_1}$ en fonction de m_1, m_2, θ et g.

1.4 Exprimer dans $\Re$ le moment $\vec{M_O}(\vec{P})$ de l'action $\vec{P}$ au point O en fonction de m_1, a et θ.

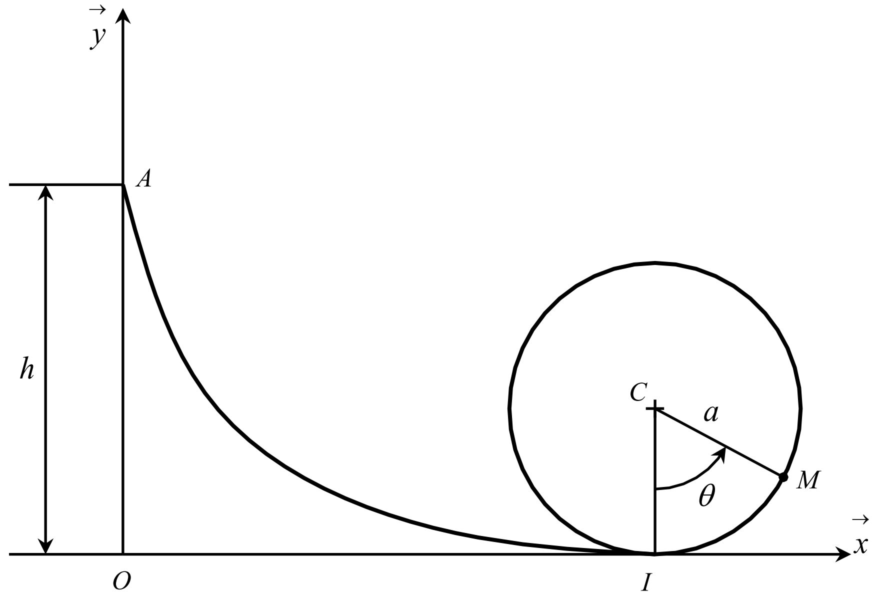
1.5 Déterminer l'expression du moment $\vec{M_O}(\vec{T_1})$ de l'action $\vec{T_1}$ au point O.

1.6 Exprimer dans $\Re$ le moment $\vec{M_O}(\vec{T_2})$ de l'action $\vec{T_2}$ au point O en fonction de m_2, a et θ.

1.7 Appliquer le théorème du moment dynamique au point O à la masse m_1. En déduire une condition entre m_1, m_2 et θ pour qu'une position d'équilibre existe.

1.8 En déduire, quand il existe, l'angle d'équilibre θ_e en fonction de m_1 et m_2.

Exercice 2 :



Un mobile pesant, assimilé à un point matériel *M*, de masse *m*, se déplace sans frottement à l'intérieur d'une gouttière. Cette gouttière a la forme d'un toboggan (*AI*) et se termine par un cercle tangent en *I*, de centre *C* et de rayon *a* (figure ci-dessus).

Le mobile est lâché sans vitesse initiale depuis le point *A*, situé à une hauteur *h* de *I*. La position du point M à l'intérieur du cercle est repérée grâce à l'angle θ défini dans le plan $\vec{x}\,O\,\vec{y}$ par $\theta = (\vec{CI}, \vec{CM})$.

Le référentiel $\Re$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

On note $\vec{g} = -g\,\vec{y}$ l'accélération de la pesanteur.

2.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la norme v de la vitesse du point M lorsque celui-ci se situe à l'intérieur du cercle en fonction de a, h, g et θ.

2.2 En déduire l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du point M lorsque celui-ci se situe à l'intérieur du cercle en fonction de a, h, g et θ.

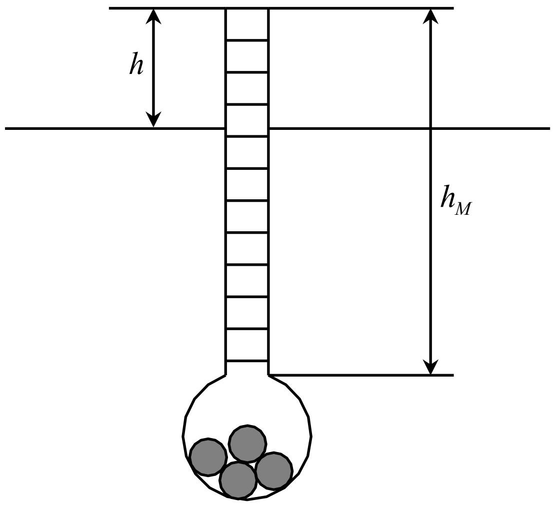
2.3 En appliquant le principe fondamental de la dynamique au point *M*, donner l'expression de la norme R de la réaction du cercle sur le mobile au point M lorsque celui-ci se situe à l'intérieur du cercle en fonction de a, h, g, θ et *m*.

2.4 Déterminer la hauteur h_1 telle que si $h \leq h_1$ le mobile se met à osciller à l'intérieur du cercle.

2.5 Déterminer la hauteur h_2 telle que si $h > h_2$ le mobile fera un tour complet.

2.6 Que se passe-t-il si $h_1 > h > h_2$?

Exercice 3 :



La densité d'un liquide est le rapport de sa masse volumique ρ sur celle ρ_0 de l'eau.

Un densimètre est constitué d'une tige cylindrique de section s, de hauteur h_M et d'une boule lestée. L'ensemble a pour volume v et pour densité d_0. Lorsque le densimètre est plongé dans un liquide de densité d, le système étant au repos, une certaine hauteur h de la tige émerge du liquide. On lit directement la densité sur les graduations inscrites sur la tige cylindrique (figure ci-contre).

On note g l'accélération de la pesanteur.

3.1 Déterminer la masse m du densimètre en fonction de d_0, ρ_0 et v.

3.2 Exprimer la poussée d'Archimède P lorsque le densimètre est plongé dans le liquide en fonction de ρ_0, v, h, s, d et g.

3.3 En déduire l'expression de d en fonction de h, $H = \frac{v}{s}$ et d_0.

3.4 Dans quel intervalle doit se trouver d pour être mesurable ?

Fin de l'énoncé

IMPRIMERIE NATIONALE – 12 1288 – D'après documents fournis