Les calculatrices sont autorisées

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Partie A

Utilisation d'un viseur

Les lentilles sphériques minces, considérées dans cette partie et notées (**L**$_i$), sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille (**L**$_i$) est caractérisée par son centre optique O_i et par sa distance focale image f_i'. Les foyers objet et image sont notés respectivement F_i et F_i'.
La formule de conjugaison de Descartes (**1**) précise la position, sur l'axe optique, des points conjugués A et A' :

$$\frac{1}{\overline{O_iA'}} - \frac{1}{\overline{O_iA}} = \frac{1}{f_i'} \qquad (\mathbf{1})$$

La formule de conjugaison de Newton (**2**) précise la position des points A et A' par rapport aux foyers :

$$\overline{F_iA} \cdot \overline{F_i'A'} = -f_i'^2 \qquad (\mathbf{2})$$

Un viseur « à frontale fixe », noté ($\mathcal{V}$), est un système centré comprenant trois éléments de même axe optique :

- un objectif constitué d'une lentille mince (**L**$_1$) convergente ;
- un réticule de centre R (lame à faces parallèles d'épaisseur négligeable sur laquelle sont gravés deux traits orthogonaux formant une croix) ;
- un oculaire constitué d'une lentille mince (**L**$_2$) convergente.

Le réticule est situé entre ces deux lentilles, à la distance d_1 de (**L**$_1$) et à la distance d_2 de (**L**$_2$) (figure **A.1**).

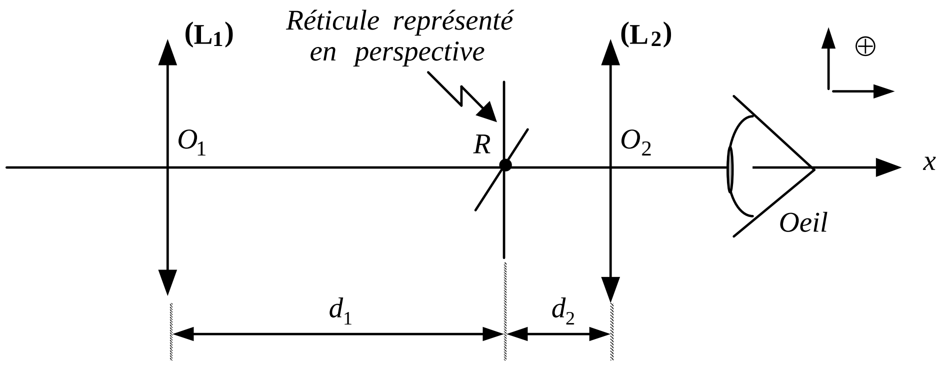

Figure **A.1**

Données : $f_1' = +8{,}0 \times 10^{-2}$ m ; $f_2' = +3{,}0 \times 10^{-2}$ m ; $d_1 = +15 \times 10^{-2}$ m.

I. Caractéristiques du viseur

1. Déterminer la distance $d_2 = \overline{RO_2}$ pour qu'un œil emmétrope, c'est-à-dire « normal », puisse observer l'image du réticule, à travers (**L**$_2$), sans accommoder (dans ce cas l'image, renvoyée à l'infini, peut être observée avec netteté et sans fatigue oculaire).
2. Soit un ensemble de rayons lumineux incidents passant tous par le point F, foyer principal objet du viseur ($\mathcal{V}$). Donner la principale caractéristique géométrique du trajet de ces rayons lorsqu'ils émergent de ($\mathcal{V}$).
3. Proposer le tracé d'un pinceau lumineux issu de F et qui émerge du viseur ($\mathcal{V}$).
4. Déterminer la position du foyer principal objet F de ($\mathcal{V}$), en calculant la grandeur algébrique $\overline{F_1F}$.

II. Utilisation du viseur

1. « Viser » un objet avec le viseur, c'est positionner correctement viseur et objet l'un par rapport à l'autre, afin de pouvoir observer simultanément, sans accommoder (conditions définies au **§ A.I.1.**), l'image de l'objet visé et celle du réticule.

a) Pour être « visé », un objet doit se situer dans le plan de front du viseur. Quelle est la position de ce plan de front ?

b) Proposer la construction de l'image, par $(\mathcal{V})$, d'un point B, situé dans le plan de front et hors de l'axe optique.

2. Un opérateur, dont la vue est « normale », utilise ce viseur pour mesurer la distance focale image f_3**'** d'une lentille inconnue (**L** $_3$) (convergente ou divergente). Cette mesure, connue sous le nom de méthode de Cornu, se déroule en trois étapes détaillées ci-dessous et schématisées figure **A.2**.

1ère étape

Il s'agit de viser, à l'aide de $(\mathcal{V})$, un petit objet réel AB fixe, de faible étendue, orthogonal à l'axe optique, avec A appartenant à l'axe optique : une première position de $(\mathcal{V})$ est repérée.

2ème étape

Après avoir déposé une marque (petite croix tracée au feutre, par exemple) sur une des faces de la lentille mince inconnue au niveau du sommet (pratiquement confondu avec O_3), l'opérateur place (**L**$_3$) entre l'objet AB et le viseur, les axes optiques demeurant confondus. Le centre O_3 peut être visé à l'aide de $(\mathcal{V})$ à la condition de reculer ce dernier de la distance x_1 = 0,15 m.

3ème étape

Sans déplacer la lentille (**L**$_3$), l'image $A'B'$ de AB à travers (**L**$_3$) est visée à l'aide de $(\mathcal{V})$ à la condition d'avancer ce dernier, depuis la position précédente, d'une distance x_2 = 0,10 m.

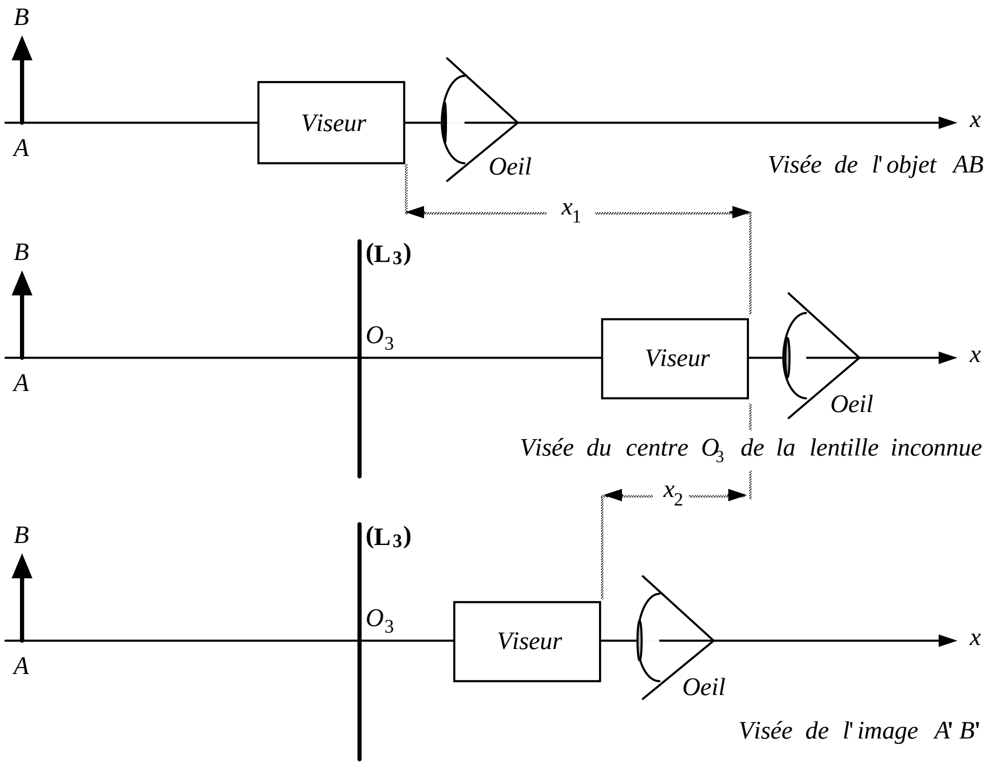

Figure **A.2**

a) En examinant les dessins ci-dessus, préciser les valeurs algébriques $\overline{O_3A}$ et $\overline{O_3A'}$.
b) En déduire la distance focale f_3**'** de la lentille.
c) Proposer un tracé de l'image *A'B'* de *AB* à travers (**L₃**).

Partie B

Mesure d'une conductivité thermique

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (*Ox*, *Oy*, *Oz*) de base ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$).
Un cylindre circulaire droit, homogène, isotrope et d'axe *z'z*, est limité par deux sections droites, de rayon *r*, orthogonales à l'axe *z'z* et séparées approximativement par la distance *L*.
Une de ses deux extrémités ($z \approx 0$) est chauffée par effet Joule grâce à un résistor, de résistance $R_{él}$, soumis à une tension *E* constante et parcouru par un courant *I*. L'autre extrémité ($z \approx L$) est refroidie grâce à une circulation d'eau froide. Grâce à ces sources, les sections terminales sont maintenues à des températures constantes respectives $T(z \approx 0) = T_o$ et $T(z \approx L) = T_L$, avec $T_o > T_L$.
De petits capteurs, insérés dans des cavités creusées dans le matériau, permettent de mesurer la température pour diverses valeurs de *z*.
Ce barreau, constitué d'un matériau de conductivité thermique λ constante et uniforme, est supposé parfaitement calorifugé sur toute sa surface. La conduction thermique, envisagée en régime permanent et stationnaire, est unidimensionnelle, unidirectionnelle et parallèle à l'axe *z'z* : les surfaces isothermes sont planes et perpendiculaires à cet axe (figure **B.1**).

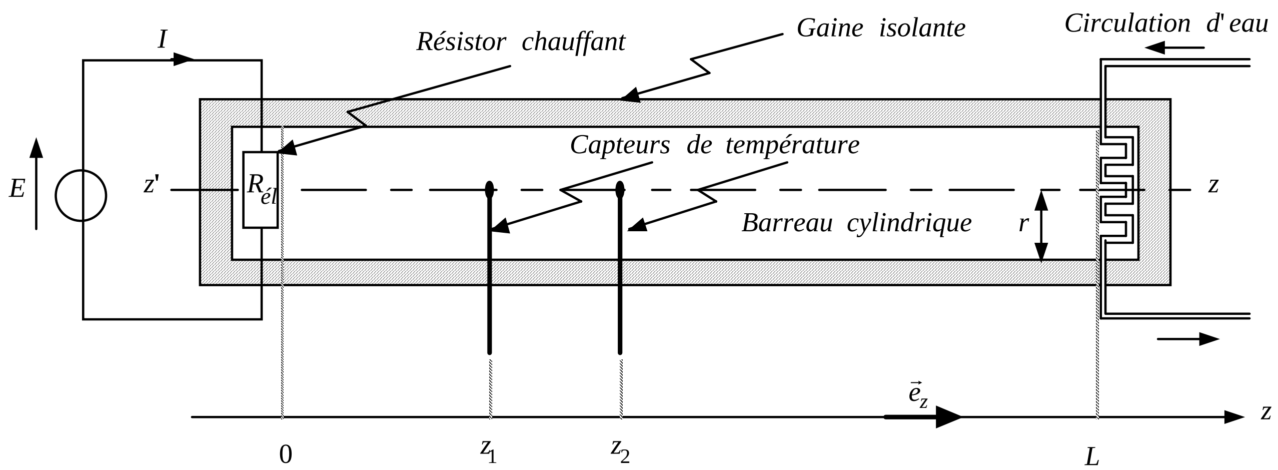

Figure **B.1**

Soit $\Phi_{th}(z)$ le flux thermique (ou puissance) qui traverse, à l'abscisse *z*, une section droite, d'aire *S*. Le vecteur associé au flux est le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_{th}$, lié à la température par la loi de Fourier : $\vec{j}_{th}(x,y,z,t) = -\lambda\ \overrightarrow{\text{grad}}\, T(x,y,z,t)$, loi qui s'écrit, compte tenu des hypothèses énoncées plus haut :

$$\vec{j}_{th}(z) = j_{th}(z)\ \vec{e}_z = -\lambda \frac{dT(z)}{dz}\ \vec{e}_z$$

I. Généralités

1. Rappeler les unités des grandeurs $\vec{j}_{th}$ et λ.

2. Rappeler la relation qui lie $\Phi_{th}(z)$ et $j_{th}(z)$.

3. Déterminer, en fonction de E et $R_{él}$, la puissance électrique $P_{él}$ reçue par le résistor et dégradée en puissance thermique (effet Joule).

4. Sachant que cette puissance est intégralement transmise au barreau, approximativement à l'abscisse $z \approx 0$, exprimer le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_{th}(z \approx 0)$ en fonction des grandeurs E, $R_{él}$ et r (rayon du cylindre).

5. Il n'y a aucune accumulation d'énergie en tout point du matériau. Montrer que le bilan thermique sur un petit élément volumique de matériau, d'aire S et d'épaisseur dz, situé entre les abscisses z et $z+dz$, permet de montrer que la température $T(z)$ est une fonction affine de z, à l'intérieur du barreau.

*Ce dernier résultat (§ **B.I.5.**) sera admis pour la suite de l'exercice*

6. En déduire que le vecteur densité de courant thermique et le gradient de température sont uniformes en tout point du barreau tel que : $0 \leq z \leq L$.

II. Mesure de la conductivité thermique

1. Les capteurs permettent de repérer les températures suivantes : $T(z_1) = T_1$ et $T(z_2) = T_2$.
  - **a)** Exprimer le gradient de température en fonction de T_1, T_2, z_1 et z_2.
  - **b)** Tracer l'allure de la courbe représentative de cette fonction $T(z)$.

2. *Application numérique* : $E = 6{,}0$ V ; $R_{él} = 10\ \Omega$; $r = 1{,}0 \times 10^{-2}$ m ; $L = 4{,}0 \times 10^{-1}$ m ;
$z_1 = 1{,}0 \times 10^{-1}$ m ; $z_2 = 2{,}0 \times 10^{-1}$ m ; $T_1 = 330$ K ; $T_2 = 320$ K.
  - **a)** Calculer la conductivité thermique λ du matériau.
  - **b)** Évaluer les températures approximativement attendues aux extrémités : T_o en $z \approx 0$ et T_L en $z \approx L$.
  - **c)** Déterminer la puissance thermique évacuée par l'eau de refroidissement au cours de la traversée du serpentin, en $z \approx L$.
  - **d)** La résistance thermique R_{th} du barreau est définie par l'égalité $(T_o - T_L) = R_{th}\ \Phi_{th}$. Calculer la résistance thermique linéique r_{th} du barreau (résistance thermique par unité de longueur).

Partie C

Détente isotherme d'un mélange de deux corps purs

Aucune connaissance spécifique à la chimie en général, et aux équilibres binaires et solutions idéales en particulier, n'est requise pour traiter cette partie.

Il s'agit de considérer une transformation isotherme réversible (grâce à un thermostat imposant une température constante $T_o = 333$ K) d'un système fermé, de volume variable et constitué d'un mélange de deux corps purs : diazote N_2 et eau H_2O.

Hypothèses de travail :

- le diazote N_2 demeure à l'état gazeux ;
- la phase vapeur, constituée de diazote et de vapeur d'eau, se comporte comme un mélange idéal de gaz parfaits : la pression totale P_{tot} est égale à la somme des pressions partielles p_{N_2} et p_{H_2O} ($P_{tot} = p_{N_2} + p_{H_2O}$) ;
- le comportement de « corps pur » manifesté par l'eau est indépendant de la présence du diazote ;
- lorsque l'eau présente l'équilibre liquide-vapeur, il est admis que le diazote ne se dissout pas dans l'eau liquide ;
- le volume de la phase liquide est négligé devant le volume de la phase vapeur.

Données :

- $P^*(H_2O\ ;\ T_o = 333\ K) = 2{,}00 \times 10^4$ Pa : pression de vapeur saturante de l'eau à T_o ;
- $\Delta_{vap}H(H_2O\ ;\ T_o = 333\ K) = 4{,}25 \times 10^4$ J. mol^{-1} : chaleur latente molaire de vaporisation de l'eau à T_o ;
- $R = 8{,}31$ J.mol^{-1}.K^{-1} : constante du gaz parfait.

I. Corps pur eau (sans diazote)

Une quantité $n_E = 3{,}00 \times 10^{-1}$ mol d'eau pure (sans diazote) est envisagée, à $T_o = 333$ K, à l'état de vapeur tout juste saturante (avec une seule goutte de rosée) [état noté **(0)**].

1. Donner la pression $P_{E,o}$ de l'eau correspondant à cet état d'équilibre.
2. En déduire la valeur numérique du volume V_o occupé par l'eau dans ces conditions.
3. Les diagrammes $P = f(T)$ et $P = f(V)$, représentés sur la figure **C.1**, sont les diagrammes simplifiés, mais non annotés, du corps pur H_2O. Recopier sommairement ces deux diagrammes, les compléter et positionner le point représentatif du corps pur, dans l'état **(0)**, sur chacun des deux diagrammes.

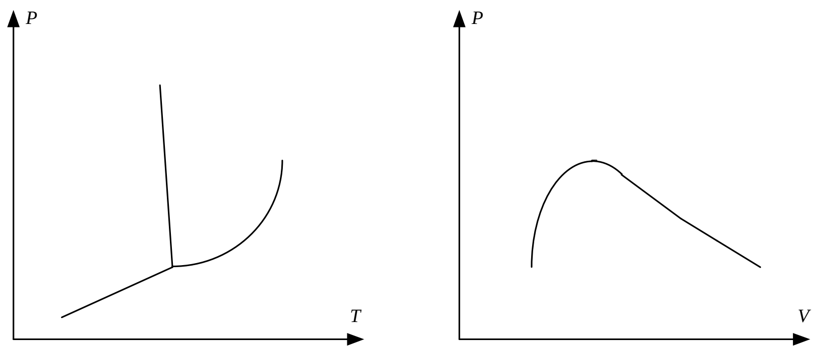

Figure **C.1**

4. À température $T_o = 333$ K constante et de manière réversible, le volume du système précédent est réduit de moitié ($V_{final} = V_o/2$) : calculer le travail W reçu (ou mis en jeu) par le corps pur eau au cours de cette évolution.

II. Transformation d'un mélange diazote-eau

1. État initial **(1)** de la transformation.

À la quantité $n_E = 3{,}00 \times 10^{-1}$ mol d'eau précédente est ajoutée la quantité $n_N = 1{,}00 \times 10^{-1}$ mol de diazote N_2. La pression totale initiale du mélange est $P_{tot,1} = 3{,}00 \times 10^4$ Pa, pour un nouveau volume V_1 [état **(1)**].

a) Déterminer si, dans l'état initial **(1)**, l'eau est sous forme de vapeur sèche ou de vapeur saturante.

b) Déterminer la pression partielle $p_{N,1}$ du diazote N_2 dans cet état initial.

c) En déduire le volume initial V_1 du mélange.

d) Préciser la composition, en quantités de matière ($n_{E,liq,1}$ et $n_{E,vap,1}$), de l'eau dans l'état initial **(1)**.

2. État final **(2)** de la transformation.

Le mélange subit une détente isotherme réversible jusqu'à l'état **(2)** pour lequel la pression totale est $P_{tot,2} = 2{,}00 \times 10^4$ Pa.

a) Déterminer si, dans l'état final **(2)**, l'eau est sous forme de vapeur sèche ou de vapeur saturante.

b) Déterminer la pression partielle $p_{N,2}$ du diazote dans cet état final.

c) En déduire le volume final V_2 du mélange.

d) Préciser la composition, en quantités de matière ($n_{E,liq,2}$ et $n_{E,vap,2}$), de l'eau dans l'état final **(2)**.

3. Étude de la transformation **(1)$\rightarrow$(2)**.

Déterminer, au cours de cette transformation, le volume V_S du système pour lequel la vapeur d'eau cesse d'être saturante.

Fin de l'énoncé