CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours national DEUG)

Epreuve commune à 2 options (Mathématiques et Physique)

PHYSIQUE – PARTIE II

Durée : 2 heures

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

*Les calculatrices **sont autorisées**.*

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

L'A.D.E.M.E. (Agence De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie) est une agence nationale dont les missions sont les suivantes : « susciter, animer, coordonner, faciliter ou réaliser des opérations ayant pour objet la protection de l'environnement et la maîtrise de l'énergie ».
Dans le domaine du bâtiment, l'agence encourage l'isolation thermique, principe de base de la maison passive. L'isolation permet de réduire les pertes thermiques liées au chauffage ou à la climatisation. L'isolation emprisonne la chaleur à l'intérieur en hiver et garde la maison fraîche en été.
L'agence préconise, d'autre part, des modes de chauffage qui permettent d'économiser les énergies fossiles, tout en limitant les rejets de gaz à effet de serre.
L'agence conseille enfin le contrôle rigoureux des températures des locaux.

Partie A

Pour une maîtrise des pertes d'énergie à travers le vitrage

Les ouvertures vitrées sont les points faibles de l'isolation globale de la construction. La limitation de la surface de ces ouvertures est la première solution pour réduire les déperditions thermiques et, surtout, l'installation du double-vitrage est impérative.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

I. Simple vitrage

La figure **1** représente la coupe transversale d'une simple paroi vitrée d'un local à usage d'habitation. Les températures des surfaces intérieure et extérieure, constantes, sont respectivement T_o et T_{ext}, avec $T_o > T_{ext}$. Le vitrage est homogène, d'épaisseur e (lame à faces parallèles) et de conductivité λ_V constante et uniforme. Le mode de transfert de chaleur à l'intérieur du verre, traité en régime permanent et stationnaire, unidimensionnel et unidirectionnel (direction Ox), est un transfert thermique par conduction, obéissant à la loi de Fourier qui s'écrit ici : $\vec{j}_{th}(x) = -\lambda_V \dfrac{dT(x)}{dx}\vec{e}_x = j_{th}(x)\,\vec{e}_x$.

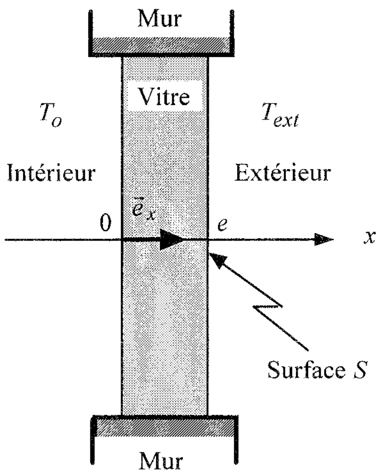

Figure **1**

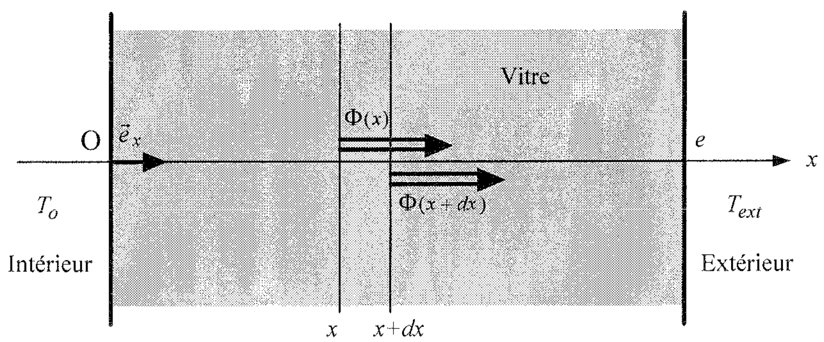

Figure **2**

1. Dans le verre, $\Phi(x)$ est le flux (ou puissance) thermique qui traverse la surface d'aire S, à l'abscisse x. Rappeler la relation qui lie $\Phi(x)$ et $j_{th}(x)$.

2. Il n'y a aucune accumulation d'énergie en tout point du matériau. Montrer que le bilan thermique sur un petit élément volumique de paroi vitrée, d'aire S et d'épaisseur dx, situé entre les abscisses x et $x+dx$, permet de montrer que la température $T(x)$ est une fonction affine de x, à l'intérieur du verre (figure **2**).
3. Les faces sont maintenues, par hypothèse, aux températures constantes respectives $T(x=0) = T_o$ et $T(x=e) = T_{ext}$. Déterminer la loi de variation de la température $T(x)$.
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de cette fonction $T(x)$.
5. La résistance thermique R_{th} de la vitre est définie, dans le cas présent, par l'égalité $(T_o - T_{ext}) = R_{th}\ \Phi$. Exprimer, en fonction de e, λ_V et S, la résistance thermique R_{th} de la vitre de surface S.

II. Avantage du « double vitrage »

L'intérêt du « double vitrage » dans la maîtrise des pertes d'énergie, est maintenant pris en considération. La figure **3** représente la coupe transversale d'une paroi vitrée composée de trois couches, dont les faces sont parallèles : deux lames de verre identiques, d'épaisseur e et séparées par une couche d'air (lame d'air sec), elle aussi d'épaisseur e. Les faces externes de cet ensemble sont maintenues, par hypothèse, aux températures constantes respectives $T(x=0) = T_o$ et $T(x=3e) = T_{ext}$, avec $T_o > T_{ext}$. L'air sec, de conductivité thermique λ_A constante et uniforme, est considéré comme un matériau sans turbulences, obéissant à la loi de Fourier.

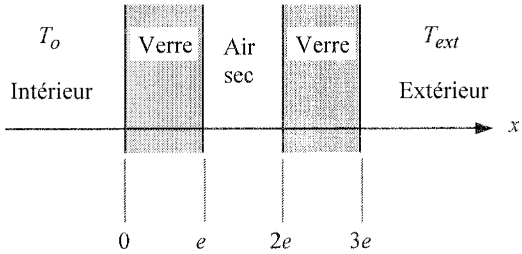

Figure **3**

1. Établir l'expression qui relie les quatre écarts de températures $(T_o - T_{ext})$, $(T_o - T(x=e))$, $(T(x=e) - T(x=2e))$ et $(T(x=2e) - T_{ext})$.
2. Soit Φ', le flux thermique qui traverse toute section S orthogonale à l'axe Ox de la paroi « composite », entre les abscisses $x = 0$ et $x = 3e$. Déterminer l'expression de la différence de température $(T_o - T_{ext})$ en fonction de Φ', λ_A, λ_V, e et S.
3. En déduire, en fonction de λ_A, λ_V, e et S, l'expression de la nouvelle résistance thermique R'_{th} du vitrage composite, de surface S.
4. En déduire l'expression de la résistance thermique r_v de l'unité de surface (1 m^2) de double vitrage.
5. *Application numérique* : $\lambda_A = 2{,}6 \times 10^{-2}$ W m^{-1} K^{-1} ; $\lambda_V = 1{,}3$ W m^{-1} K^{-1} ; $e = 5 \times 10^{-3}$ m.
   a) Calculer r_v.
   b) Calculer le rapport Φ'/Φ. Commenter.

III. Limitation des surfaces vitrées

Le volume du local est un parallélépipède rectangle, de surface latérale totale S_{tot} (somme des aires des parois verticales : murs et fenêtres). Le plafond et le sol sont supposés parfaitement calorifugés. Soit x_v la fraction surfacique des ouvertures à double vitrage : la surface « double-vitrée » totale s'écrit donc $S_v = x_v\ S_{tot}$. Les murs (surface totale S_m), de résistance thermique globale r_m par unité de surface (1 m^2), sont des cloisons composites (couches successives de plâtre, d'isolant, de béton, d'air et de bardage).

1. Déterminer, en fonction de S_v, r_v et $(T_o - T_{ext})$, l'expression du flux thermique Φ_v à travers l'ensemble des ouvertures à double vitrage.
2. En déduire une relation analogue définissant, en fonction de S_m, r_m et $(T_o - T_{ext})$, le flux thermique Φ_m à travers l'ensemble des murs.
3. Sachant que $r_m > r_v$, montrer que le flux thermique total Φ_{tot} correspondant aux pertes thermiques, à travers la surface totale S_{tot}, est une fonction affine croissante de x_v (d'où l'intérêt de limiter l'importance de la surface des ouvertures vitrées).
4. *Application numérique* : $T_o = 292$ K ; $T_{ext} = 273$ K ; $S_{tot} = 120$ m^2 ; $x_v = 0{,}30$;
   $r_v = 0{,}20$ W^{-1} m^2 K ; $r_m = 2{,}0$ W^{-1} m^2 K.

   Calculer le flux (ou puissance) thermique Φ_{tot} perdu(e) à travers la surface latérale S_{tot} du local.

Partie B

Pour un chauffage dans le cadre du développement durable

L'agence soutient l'utilisation des pompes à chaleur. Le sol sous nos pieds, l'eau des nappes souterraines ou l'air qui nous entoure, stockent chaque jour l'énergie que nous dispense le soleil. Récupérer cette énergie gratuite et inépuisable et s'en servir pour le chauffage, c'est possible grâce à ce type d'équipements.

Il est proposé de maintenir, dans le local noté (**L**), système thermodynamique imparfaitement isolé thermiquement, une température constante et uniforme T_o. La température du milieu extérieur est supposée être uniformément égale à T_{ext}, avec $T_o > T_{ext}$.

I. Évaluation des pertes

Dans un premier temps, l'estimation des déperditions de chaleur est nécessaire. Le local est à la température T_o. À l'instant $t = 0$ pris comme instant initial, toute source de chauffage est supprimée : la température $T(t)$ de (**L**) diminue progressivement. Il est admis que les pertes thermiques (de type « Newton ») sont proportionnelles au temps t, ainsi qu'à l'écart de température entre l'intérieur et l'extérieur, selon la loi $\delta Q = \alpha\,(T(t) - T_{ext})\,dt$, avec α constante. Au temps t_1, la température mesurée est T_1.

1. Donner le signe de α.
2. La grandeur C est la capacité thermique constante du local, qui relie, lors d'un transfert thermique élémentaire, la variation de température dT à la quantité de chaleur δQ reçue (ou mise en jeu) par le système (**L**). Rappeler la relation entre les grandeurs δQ, C et dT.
3. En raisonnant pendant la durée élémentaire dt, établir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$ du local.
4. Intégrer cette équation et exprimer α en fonction de C, t_1 et des températures T_o, T_1 et T_{ext}.
5. Donner, en fonction de α et des températures, l'expression de la puissance thermique Φ_{tot} (comptée positivement) qui serait perdue par le local, si celui-ci était maintenu à température T_o constante.
6. *Application numérique* : $T_o = 292$ K ; $T_{ext} = 273$ K ; $T_1 = 282$ K ;
   $t_1 = 10^4$ s (≈ 3 h) ; $C = 3 \times 10^6$ J K^{-1}.

   a) Calculer α.

   b) En déduire Φ_{tot}.

II. Utilisation d'une pompe à chaleur

Une pompe à chaleur ditherme permet de compenser les déperditions de chaleur du local et de maintenir ce dernier à la température T_o.

La température de la source froide est T_{ext} (air extérieur) et celle de la source chaude est T_o (intérieur du local). Un fluide décrit des cycles entre ces deux sources de chaleur. Au cours d'un cycle, le fluide reçoit conventionnellement les quantités de chaleur Q_{ext} et Q_o, respectivement du milieu extérieur et du local, ainsi que le travail mécanique de compression W de la part du compresseur, lui-même entraîné par un moteur électrique. Le processus subi par le fluide est supposé réversible.

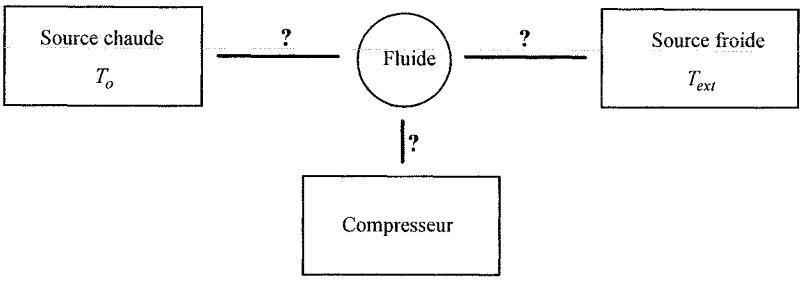

Figure **4**

1. Recopier et compléter le schéma proposé à la figure **4**, en remplaçant chacun des trois segments par une flèche précisant le sens effectif du transfert d'énergie et surmontée de la grandeur de transfert concernée (Q_{ext}, Q_o ou W). Préciser le signe de chacune de ces grandeurs.
2. Comment exprimer, en fonction des grandeurs de transfert précédentes, l'efficacité thermique ε_{th} du fluide, définie comme étant le rapport ε_{th} = « énergie utile / énergie dépensée » ?
3. En appliquant les deux principes de la thermodynamique au fluide, exprimer, en fonction des températures T_o et T_{ext}, l'efficacité thermique ε_{th}.
4. Soit P_M, la puissance mécanique que doit recevoir le fluide de la part du compresseur pour assurer le fonctionnement de la pompe à chaleur et ainsi maintenir le local à la température T_o constante. Établir l'expression théorique de P_M en fonction de Φ_{tot} et des températures T_o et T_{ext}.
5. En pratique, les fabricants de pompes à chaleur annoncent la valeur χ du rapport entre la puissance thermique fournie par leur machine et la puissance électrique consommée. Par convention, ce rapport χ prend le nom de coefficient de performance (ou « COP »). Sachant que le compresseur est entraîné par un moteur électrique à courant alternatif de rendement $\eta < 1$, exprimer, en fonction de η, T_o et T_{ext}, le « COP » χ de la pompe à chaleur.
6. *Application numérique* : $\eta = 0{,}60$; $T_o = 292$ K ; $T_{ext} = 273$ K.
   a) Calculer la valeur du « COP » χ.
   b) Comparer cette valeur au coefficient de performance χ_R du chauffage par résistors électriques.
   c) La valeur χ du « COP » de cette machine est, en réalité, comprise entre 3 et 4 (valeur annoncée par la plupart des constructeurs). Proposer une explication.

Partie C

Contrôle des températures à l'aide d'une sonde thermique

Une sonde thermique est constituée de deux dipôles $\mathbf{D_1}$ et $\mathbf{D_2}$, possédant des caractéristiques identiques et soumis aux tensions respectives u_1 et u_2. Ces deux dipôles sont intégrés dans un montage, décrit à la figure **5**, qui fait intervenir un amplificateur opérationnel (A.O.) idéal, en fonctionnement linéaire, ainsi qu'une source indépendante de tension (f.é.m. e) et différents résistors, de résistances respectives R (résistance variable), R_A et R_B. Les sources auxiliaires d'alimentation de l'A.O. ne sont pas représentées.

D₁ et **D₂**, en équilibre thermique avec le milieu extérieur dont on souhaite mesurer la température T (température absolue, exprimée en K), sont parcourus respectivement par les courants d'intensité $i_1 = I_o(T)\ \exp\left(\beta \dfrac{u_1}{T}\right)$ et $i_2 = I_o(T)\ \exp\left(\beta \dfrac{u_2}{T}\right)$. Le coefficient $I_o(T)$ positif ne dépend que de la température et β est une constante.

*<u>Remarque</u> : bien que **D₁** et **D₂** soient des dipôles non linéaires, aucune connaissance spécifique sur ce type de composants n'est requise pour traiter l'exercice.*

I. <u>Principe de la sonde de température</u>

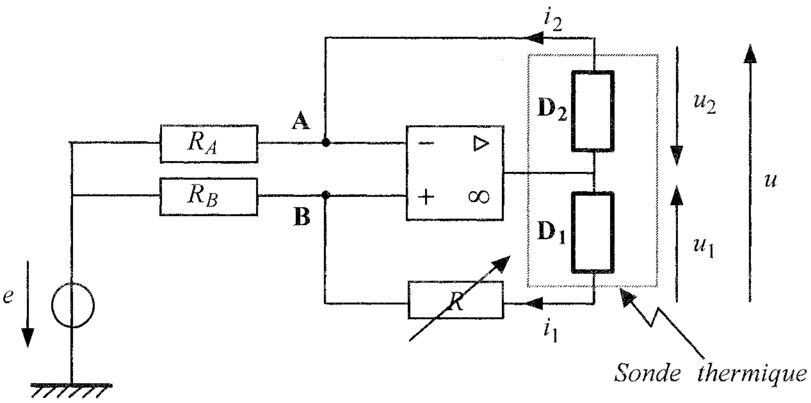

Figure **5**

1. Donner la relation entre les tensions u, u_1 et u_2.
2. Exprimer, en fonction de β, u et T, le rapport i_1/i_2.
3. Établir, en fonction de β, R_A, R_B et T, l'expression de la tension u.
4. Montrer que le potentiel V_A du point **A** peut s'exprimer en fonction de e, R, R_B et u.
5. En déduire l'expression littérale de la fonction $V_A(T)$.
6. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $V_A(T)$, si $R_B > R_A$.
7. *Application numérique* : $\beta = 5{,}80 \times 10^3\ \mathrm{K\ V^{-1}}$; $e = 10{,}0\ \mathrm{V}$; $R_A = 10{,}0\ \mathrm{k\Omega}$; $R_B = 20{,}0\ \mathrm{k\Omega}$.
   a) Quelle valeur numérique donner à R pour qu'à $T = 273$ K (≈ 0 °C), la tension V_A s'annule ?
   b) En déduire, dans ce cas, l'expression numérique de la tension $V_A(T)$, en fonction de T.

II. <u>De la sonde au capteur de température</u>

Afin d'obtenir un capteur capable de fournir une tension de sortie u_S proportionnelle à la température absolue T, à raison de 1 volt pour 10 kelvins, la tension V_A est amplifiée grâce à un dispositif employant un second amplificateur opérationnel (A.O.) idéal, en fonctionnement linéaire, ainsi que différents résistors, de résistances respectives R_C et R_D (résistance variable) (figure **6**).

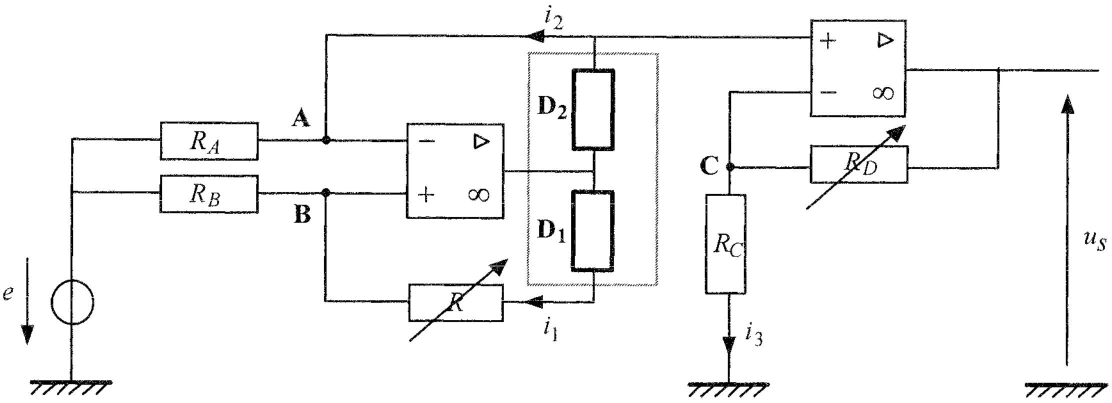

Figure **6**

1. Le branchement du second A.O. au montage initial modifie-t-il le potentiel V_A considéré au § **C.I.** ?
2. Exprimer, en fonction des résistances R_C et R_D, le gain en tension $G = u_S/V_A$ offert par le second A.O.
3. *Application numérique* :
   $R_C = 1{,}00$ kΩ ; les autres valeurs numériques ont été données, ou calculées, au § **C.I.**
   a) Calculer G nécessaire à l'obtention d'une tension de sortie u_S proportionnelle à la température absolue T, à raison de 1 volt pour 10 kelvins, ce qui correspond à $du_S/dT = 0{,}10$.
   b) En déduire la valeur numérique qu'il faut imposer à la résistance R_D.
   c) Un voltmètre électronique indique $u_S = 1{,}90$ V. Quelle est la valeur numérique de la température T ainsi mesurée ?

Fin de l'énoncé