

CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS(Concours national DEUG)

Epreuve commune aux 3 options (Mathématiques, Physique, Chimie)

PHYSIQUE – PARTIE IDurée : 2 heures

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Partie A

Électrostatique : modèle des plans infinis

Il est proposé, dans cet exercice, un modèle d'étude du champ et du potentiel électrostatiques créés par un ensemble de deux plans parallèles chargés dans le vide.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

I. Plan infini

Soit un plan infini, noté (P_1) , orthogonal à l'axe Ox , d'équation $x = +a$ (avec $a > 0$) et chargé positivement avec une densité surfacique uniforme de charge $+\sigma$. En tout point $M(x, y, z)$ de l'espace pour lequel $x > +a$ [demi-espace noté (I)], le champ électrostatique $\vec{E}(M)$, créé par le plan (P_1) , s'écrit : $\vec{E}(M) = + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{e}_x$, avec ε_0 permittivité absolue du vide (figure 1).

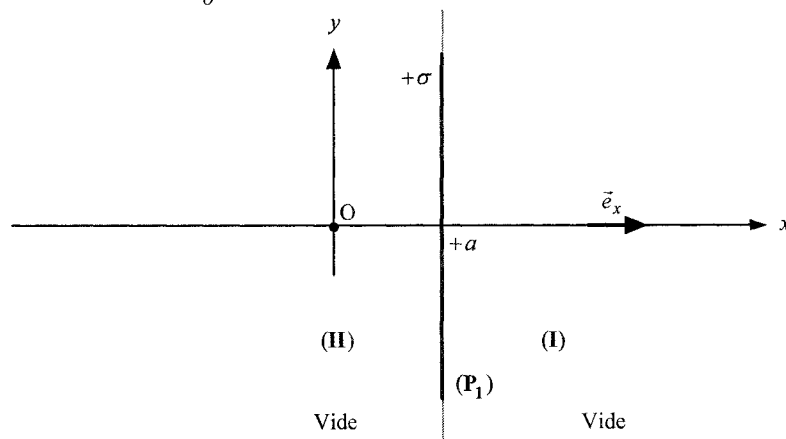


Figure 1

Donner, sans calcul, mais en la justifiant, l'expression vectorielle du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point du demi-espace noté (II), pour lequel $x < +a$ (figure 1).

II. Deux plans infinis parallèles

Un second plan infini, noté (P_2) , symétrique du plan (P_1) par rapport au plan yOz , et donc d'équation $x = -a$, est chargé négativement avec une densité surfacique de charge $-\sigma$ (figure 2).

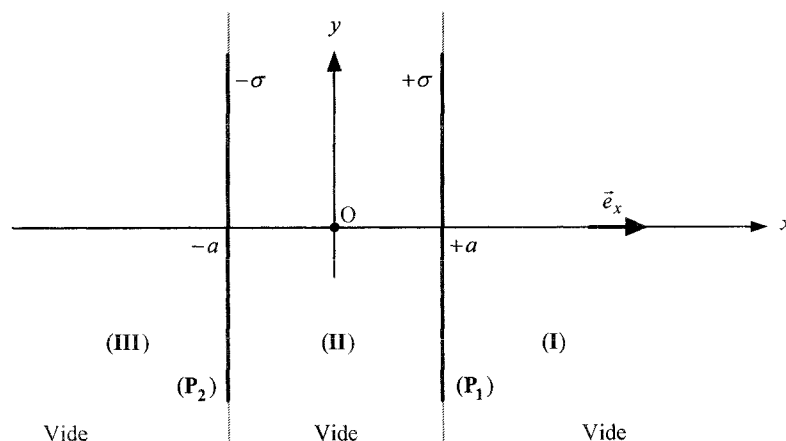


Figure 2

1. Déterminer l'expression vectorielle du champ résultant $\vec{E}_{tot}(M)$ dans les trois domaines de l'espace (I) ($+a < x$), (II) ($-a < x < +a$) et (III) ($x < -a$).
2. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $E_{tot}(x)$.
3. En tout point M de l'espace, le champ électrostatique $\vec{E}_{tot}(M)$ et le potentiel électrostatique $V_{tot}(M)$, créés par l'ensemble des deux plans, sont liés par la relation $\vec{E}_{tot}(M) = -\vec{\text{grad}} V_{tot}(M)$, ce qui se traduit, ici, compte tenu des considérations de symétrie, par la relation $\vec{E}_{tot}(x) = -\vec{\text{grad}} V_{tot}(x)$. Sachant que, par convention, le potentiel V_{tot} est choisi nul dans le plan yOz et que le potentiel est continu en tout point de l'espace, déterminer l'expression du potentiel $V_{tot}(x)$ dans chacun des domaines (I), (II) et (III).
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $V_{tot}(x)$.

Partie B

Régime sinusoïdal forcé d'un dipôle R,L,C série

Le dipôle **AB**, décrit par la figure 3, est une association « R, L, C » série, constituée d'une bobine résistive (résistance R et inductance L) et d'un condensateur de capacité C .

Ce dipôle **AB** est soumis à la tension $e(t) = E_m \cos(\omega t)$. Soit $u_C(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes du condensateur de capacité C .

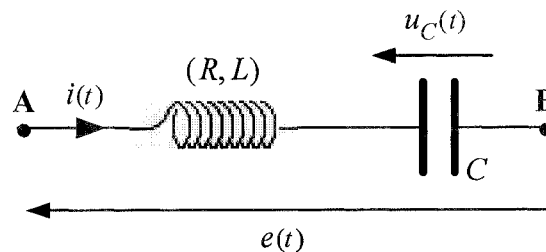


Figure 3

Les données de l'énoncé sont les grandeurs : $R, L, C, E_m, U_m, \omega$ et φ .

Remarque : dans le texte de l'énoncé, les grandeurs complexes sont soulignées.

I. Caractéristiques de la tension d'alimentation $e(t)$

1. Exprimer, en fonction de ω , la période T de la tension $e(t)$.
2. Retrouver, par le calcul, la relation entre la tension efficace E du signal $e(t)$ et son amplitude E_m .

II. Caractéristiques de la tension $u_C(t)$

1. Rappeler, en fonction de certaines données de l'énoncé, l'expression de l'impédance complexe \underline{Z}_C du condensateur, définie par l'égalité $\underline{u}_C = \underline{Z}_C \underline{i}$.
2. Même question pour l'impédance complexe \underline{Z}_{AB} du dipôle **AB**, définie par l'égalité $\underline{e} = \underline{Z}_{AB} \underline{i}$.
3. En déduire l'expression littérale de l'impédance réelle Z_{AB} du dipôle **AB**.
4. Les tensions complexes \underline{e} et \underline{u}_C vérifient la relation $\underline{e} = \underline{z} \underline{u}_C$. Établir l'expression littérale du nombre complexe \underline{z} .
5. Déterminer, en fonction de certaines données de l'énoncé, l'expression de U_m .
6. Même question pour la phase φ .

7. Application numérique : $E_m = 10 \text{ V}$; $\omega = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$; $L = 2 \text{ H}$; $C = 5 \mu\text{F}$; $R = 10^3 \Omega$.

a) Calculer U_m .

b) Calculer φ .

Partie C

Corps pur : transformations d'une masse de dioxyde de soufre

Un piston idéal, sans masse et sans frottement, d'aire A , peut se déplacer dans un cylindre d'axe vertical. L'ensemble, aux parois diathermes (ou diathermanes) est thermostaté et est maintenu à la température constante T_o .

Dans ce récipient, de volume variable, est placée une masse m de dioxyde de soufre SO_2 (corps pur). À la température de l'expérience, la pression de vapeur saturante de ce corps pur est $P^*(T_o)$.

Dans l'état initial, noté **A**, un opérateur maintient le piston à une distance H du fond du cylindre pour laquelle le corps pur SO_2 se présente à l'état de vapeur tout juste saturante : la vapeur $\text{SO}_2(\text{vap})$ est en équilibre avec une petite goutte de liquide $\text{SO}_2(\text{liq})$ (goutte de rosée).

Hypothèses de travail et données :

- la température de l'expérience est $T_o = 263 \text{ K}$;
- le dioxyde de soufre vapeur (en équilibre avec le liquide) peut être considéré comme un gaz parfait ;
- le volume de la phase liquide est négligé devant le volume de la phase vapeur ;
- M est la masse molaire du dioxyde de soufre : $M = 64,0 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$;
- $P^*(T)$ est la pression de vapeur saturante du corps pur SO_2 , à la température T :
 $P^*(\text{SO}_2, 263 \text{ K}) = P^\circ = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$;
- $\Delta_{\text{vap}}h(\text{SO}_2, T)$ est l'enthalpie massique de vaporisation de SO_2 , à la température T :
 $\Delta_{\text{vap}}h(\text{SO}_2, 263 \text{ K}) = 4,00 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$.
- R est la constante du gaz parfait : $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Étape (1) A → B

L'expérimentateur fait descendre lentement le piston, de manière quasi-statique (ou mécaniquement réversible) jusqu'au fond du cylindre, afin que le corps pur se loge dans un petit conteneur, noté **(C)**, de dimensions négligeables et relié au cylindre par un très petit tube muni d'une vanne, notée **(V)**. Cette dernière est alors fermée. Dans **(C)** le corps pur se présente sous forme liquide juste saturant : $\text{SO}_2(\text{liq})$ est en équilibre avec une petite bulle de vapeur de $\text{SO}_2(\text{vap})$ (état **B**) (figure 4).

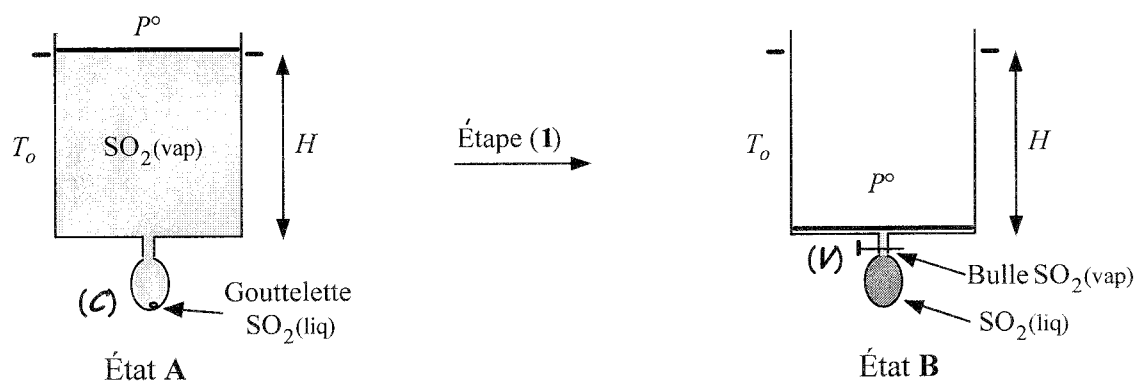


Figure 4

Étape (2) B → C

Le robinet (V) reste fermé. Le piston est remonté, puis fixé dans sa position initiale : le vide règne dans le cylindre (état C).

Étape (3) C → A

La vanne (V) est ouverte et le liquide se vaporise pratiquement instantanément : le corps pur se retrouve dans son état initial A (figure 5).

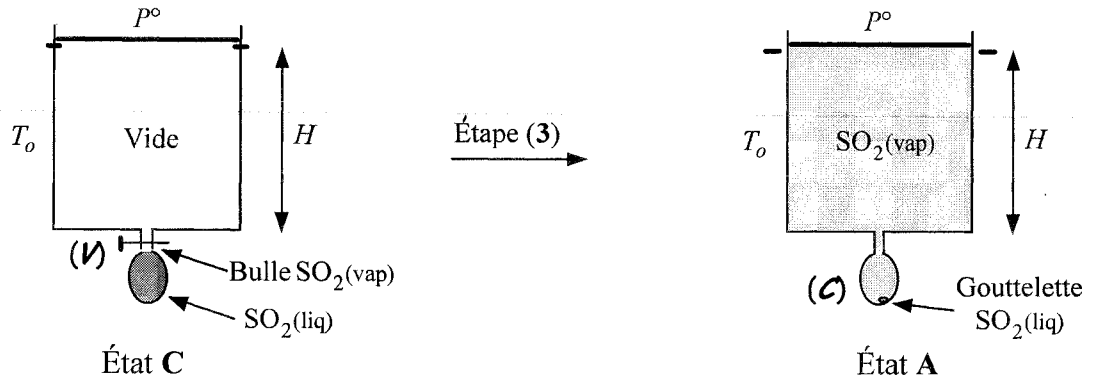


Figure 5

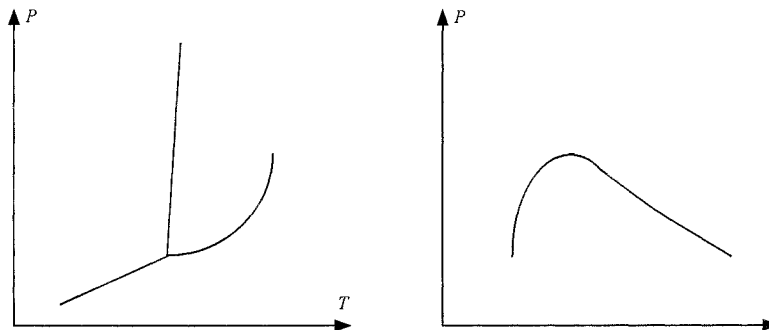


Figure 6

I. Étape (1) A → B

1. Les diagrammes $P = f(T)$ et $P = f(v)$ représentés sur la figure 6 sont les diagrammes simplifiés, mais non annotés, du corps pur SO_2 . Recopier sommairement la figure 6 et représenter la transformation $\text{A} \rightarrow \text{B}$ sur chacun des deux diagrammes.
2. Les données de l'énoncé sont : m , A , H , P° , T_o et $\Delta_{\text{vap}}h(T_o)$.
Exprimer, en fonction de certaines de ces données, les expressions littérales des grandeurs suivantes, mises en jeu au cours de la transformation $\text{A} \rightarrow \text{B}$:
 - a) travail W_{AB} reçu (ou mis en jeu) par le corps pur ;
 - b) chaleur reçue Q_{AB} (ou mise en jeu) par le corps pur ;
 - c) variation d'énergie interne ΔU_{AB} du fluide ;
 - d) variation d'entropie ΔS_{AB} du fluide.

II. Étapes (2) B → C & (3) C → A

1. Le corps pur a-t-il subi une transformation au cours de la seconde étape $\text{B} \rightarrow \text{C}$?
2. Évaluer le travail W_{CA} reçu (ou mis en jeu) par le corps pur pendant l'étape $\text{C} \rightarrow \text{A}$.

III. Étude du cycle $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

1. Rappeler les valeurs de la variation de l'énergie interne ΔU et de la variation d'entropie ΔS du corps pur au cours de ce cycle, c'est-à-dire entre deux états identiques de l'évolution de ce fluide.
2. Déterminer, en fonction de certaines des données listées au § C.I.2, les expressions littérales suivantes :
 - a) chaleur reçue Q (ou mise en jeu) par la masse m pendant le cycle $A \rightarrow A$;
 - b) variation d'entropie ΔS_{th} du thermostat au cours de ce cycle.

IV. Application numérique

Les valeurs suivantes complètent celles déjà proposées : $A = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$; $H = 5,0 \times 10^{-1} \text{ m}$.

1. Calculer la valeur numérique de la grandeur de transfert Q_{AB} .
2. Juger, grâce à un calcul d'entropie judicieux, le caractère réversible, ou irréversible, du cycle.

Partie D

Diffusion des neutrons dans l'eau lourde

Des études sont menées sur le phénomène de diffusion des neutrons (${}_0^1\text{n}$) lents, dans l'eau lourde ${}^2\text{H}_2\text{O}(\text{liq})$ (${}^2\text{H}$ est le deutérium, isotope de l'hydrogène).

Deux réacteurs voisins de très grand volume, notés (R_1) et (R_2) , remplis d'eau lourde et contenant de la matière fissile, sont reliés par un tube cylindrique horizontal (T) , d'axe Ox , de section d'aire S et de longueur ℓ . En régime permanent et stationnaire, la température est uniforme et aucun courant de ${}^2\text{H}_2\text{O}$ ne circule (absence de turbulences) dans la colonne (T) . En tout point M de (T) , il est admis que les neutrons sont soumis à un phénomène de diffusion unidirectionnel obéissant à la loi de Fick, d'équation, dans ce cas :

$$\vec{j} = -D \vec{\text{grad}} N^*(x) = j(x) \vec{e}_x,$$

avec \vec{j} vecteur densité de courant particulaire, D coefficient (constante positive) de diffusion des neutrons et $N^*(x)$ nombre de neutrons par unité de volume.

Les densités neutroniques (neutrons m^{-3}) dans (R_1) et (R_2) sont constantes et uniformes, et valent respectivement N_1^* et N_2^* , avec $N_1^* > N_2^*$ (figure 7).

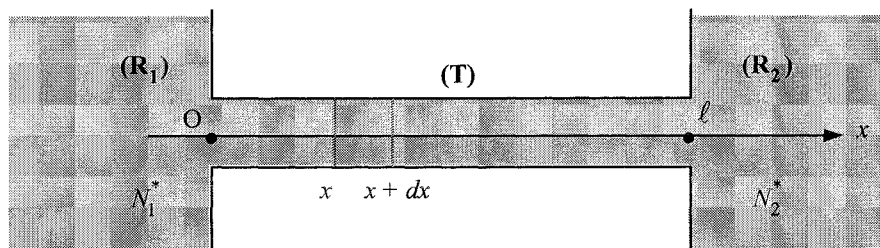


Figure 7

I. Le milieu n'absorbe pas les neutrons

1. À l'intérieur du tube, $\Phi(x)$ est le flux de particules qui traversent la surface d'aire S , à l'abscisse x . Rappeler la relation qui relie $\Phi(x)$ et $j(x)$.
2. Il n'y a aucune accumulation de neutrons en tout point, à l'intérieur du tube (T) . Montrer que le bilan particulaire sur un petit élément volumique de colonne, d'aire S et d'épaisseur dx ,

situé entre les abscisses x et $x+dx$, permet de montrer que la densité particulière $N^*(x)$ de neutrons est une fonction affine de x , à l'intérieur de (\mathbf{T}) .

3. En déduire la densité $N^*(x)$ à l'intérieur de (\mathbf{T}) , avec $N^*(0) = N_1^*$ et $N^*(\ell) = N_2^*$.
4. Dessiner l'allure de la courbe représentative de la fonction $N^*(x)$.

II. Milieu absorbant

À l'intérieur du tube (\mathbf{T}) , le milieu absorbe maintenant les neutrons à raison de C captures par unité de volume et unité de temps (C constante positive).

1. Proposer un bilan particulaire sur la portion élémentaire du tube comprise entre les sections d'abscisses x et $x+dx$.
2. En déduire la nouvelle densité particulière $N^*(x)$, avec $N^*(0) = N_1^*$ et $N^*(\ell) = N_2^*$.
3. Dessiner l'allure de la courbe représentative de la nouvelle fonction $N^*(x)$.

Fin de l'énoncé